

Développer et réduire

- Corrigés -

Document proposé par Yoshi – D'autres sont disponibles sur <http://www.bibmath.net>

1. Avec mention du genre

$$3(x-2) = 3 \times x - 3 \times 2 = \mathbf{3x - 6} ; -3(x-2) = -3 \times x - 3 \times (-2) = \mathbf{-3x + 6} ; 5(x-2)-2(2x-7) = 5x-10-4x+14 = \mathbf{x+4}$$

$$xy(x-y) = xy \times x - xy \times y = \mathbf{x^2y - xy^2}$$

$$2xy(x-y) - xy(x+y) = 2xy \times x - 2xy \times y - xy \times x - xy \times y = 2x^2y - 2xy^2 - x^2y - xy^2 = \mathbf{x^2y - 3xy^2}$$

$$(x+5)^2 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = \mathbf{x^2 + 10x + 25}$$

$$(x+5)(x-3) = x \times x + x \times (-3) + 5 \times x + 5 \times (-3) = x^2 - 3x + 5x - 15 = \mathbf{x^2 + 2x - 15}$$

$$(2x+5)(5x-3) = 2x \times 5x + 2x \times (-3) + 5 \times 5x + 5 \times (-3) = 10x^2 - 6x + 25x - 15 = \mathbf{10x^2 + 19x - 15}$$

$$(5x-3)^2 = (5x)^2 - 2 \times 5x \times 3 + 3^2 = \mathbf{25x^2 - 30x + 9} ; (7x+1)^2 = (7x)^2 + 2 \times 7x \times 1 + 1^2 = \mathbf{49x^2 + 14x + 1}$$

$$(5x+3)(5x-3) = (5x)^2 - 3^2 = \mathbf{25x^2 - 9} ; (5x+3)^2 + (3x-5)^2 = 25x^2 + 30x + 9 + 9x^2 - 30x + 25 = \mathbf{34x^2 + 34}$$

$$(3x+2y+5)(2x-3y+5) = 3x \times 2x + 3x \times (-3y) + 3x \times 5 + 2y \times 3x + 2y \times (-3y) + 2y \times 5 + 5 \times 2x + 5 \times (-3y) + 5 \times 5 \\ = 6x^2 - 9xy + 15x + 6xy - 6y^2 + 10y + 10x - 15y + 25 = \mathbf{6x^2 - 3xy + 25x - 6y^2 - 5y + 25}$$

$$(3x-2y-5)^2 = [(3x-2y)-5]^2 = (3x-2y)^2 - 2 \times (3x-2y) \times 5 + 5^2 = \mathbf{9x^2 - 12xy + 4y^2 - 30x + 20y + 25}$$
 ou encore :

$$(3x-2y-5)^2 = [3x-(2y+5)]^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times (2y+5) + (2y+5)^2 = \mathbf{9x^2 - 12xy - 30x + 4y^2 + 20y + 25}$$
 ou encore

$$(3x-2y-5)^2 = (3x-2y-5)(3x-2y-5) \text{ et on distribue puis réduit...}$$

$$(2x+1)(3x-1)^2 = (2x+1)(9x^2-6x+1) = 2x \times 9x^2 + 2x \times (-6x) + 2x \times 1 + 1 \times (9x^2-6x+1) \\ = 18x^3 - 12x^2 + 2x + 9x^2 - 6x + 1 = \mathbf{18x^3 - 3x^2 - 4x + 1}$$

$$(7x+1)^2 + (x+5)(x-3) = 49x^2 + 14x + 1 + x^2 - 3x + 5x - 15 = \mathbf{50x^2 + 16x - 14}$$

$$(5x-3)^2 - (2x-5)(2x-3) = 25x^2 - 30x + 9 - (4x^2 - 6x - 10x + 15) = 25x^2 - 30x + 9 - (4x^2 - 16x + 15) = 25x^2 - 30x + 9 - 4x^2 + 16x - 15 \\ = \mathbf{21x^2 - 14x - 6}$$

$$(2x+3y+4)^2 = [(2x+3y)+4]^2 = (2x+3y)^2 + 2 \times (2x+3y) \times 4 + 4^2 = \mathbf{4x^2 + 12xy + 9y^2 + 16x + 24y + 16}$$
 ou encore :
$$= [2x+(3y+4)]^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times (3y+4) + (3y+4)^2 = \mathbf{4x^2 + 12xy + 16x + 9y^2 + 24y + 16}$$
 ou encore :
$$= (2x+3y+4)(2x+3y+4) \text{ et on distribue.}$$

$$3(2x-5)^2 - (2x+5)(x+3) = 3(4x^2 - 20x + 25) - (2x^2 + 6x + 5x + 15) = 12x^2 - 60x + 75 - 2x^2 - 11x - 15 = \mathbf{10x^2 - 71x + 60}$$

$$(2x-3)(3x+4) - (-3x+5)^2 = 6x^2 + 8x - 9x - 12 - (9x^2 - 30x + 25) = 6x^2 - x - 12 - 9x^2 + 30x - 25 = \mathbf{-3x^2 + 29x - 37}$$

$$3(2x-5)(3x+5) - 2(2x-5)(2x-3) = 3(6x^2 + 10x - 15x - 25) - 2(4x^2 - 6x - 10x + 15) = 3(6x^2 - 5x - 25) - 2(4x^2 - 16x + 15) \\ = 18x^2 - 15x - 75 - 8x^2 + 32x - 30 = \mathbf{10x^2 + 17x - 105}$$

2. Sans mention du genre

Dans les corrigés, le genre sera donné...

$$(7-x)^2 = 7^2 - 2 \times 7 \times x + x^2 = \mathbf{49 - 14x + x^2}$$
 (P2) ; $(2x+7)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 7 + 7^2 = \mathbf{4x^2 + 28x + 49}$ (P1)

$$(2x+5)(3x-5) = 2x \times 3x + 2x \times (-5) + 5 \times 3x + 5 \times (-5) = 6x^2 - 10x + 15x - 25 = \mathbf{6x^2 + 5x - 25}$$
 (D)

$$(3x+5)(3x-7) = 3x \times 3x + 3x \times (-7) + 5 \times 3x + 5 \times (-7) = 9x^2 - 21x + 15x - 35 = \mathbf{9x^2 - 6x - 35}$$
 (D)

$$6(2x+5)(x+3) = 6(2x \times x + 2x \times 3 + 5 \times 3x + 5 \times x + 5 \times 3) = 6(2x^2 + 6x + 5x + 15) = 6(2x^2 + 11x + 15) = \mathbf{12x^2 + 66x + 90}$$
 (D)

ou encore

$$= (12x+30)(x+3) = 12x^2 + 36x + 30x + 90 = \mathbf{12x^2 + 66x + 90}$$
 (D) ou encore

$$= (2x+5)(6x+18) = 12x^2 + 36x + 30x + 90 = \mathbf{12x^2 + 66x + 90}$$
 (D)

$$(3x+2y-5)^2 = [(3x+2y)-5]^2 = (3x+2y)^2 - 2 \times (3x+2y) \times 5 + 5^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2 - 30x - 20y + 25$$
 (M : P2, P1 et D) ou encore :
$$= [3x+(2y-5)]^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times (2y-5) + (2y-5)^2 = 9x^2 + 12xy - 30x + 4y^2 - 20y + 25$$
 (M : P1, D et P2) ou encore
$$= (3x+2y-5)(3x+2y-5) \text{ on distribue...}$$

$$(7x-3)^2 - (5x-1)^2 = 49x^2 - 42x + 9 - (25x^2 - 10x + 1) = 49x^2 - 42x + 9 - 25x^2 + 10x - 1 = \mathbf{24x^2 - 32x + 8}$$
 (T : P2 2 fois)

$$(3x-2)(2x-1)^2 = (3x-2)(4x^2 - 4x + 1) = 3x \times 4x^2 + 3x \times (-4x) + 3x \times 1 - 2 \times 4x^2 - 2 \times (-4x) - 2 \times 1 \\ = 12x^3 - 12x^2 + 3x - 8x^2 + 8x - 2 = \mathbf{12x^3 - 20x^2 + 11x - 2}$$
 (M : P2 et D)

$$2(x+5)(2x-3) - (3x+4)^2 = (2x+10)(2x-3) - (9x^2+24x+16) = 2x \times 2x + 2x \times (-3) + 10 \times 2x + 10 \times (-3) - 9x^2 - 24x - 16 \\ = 4x^2 - 6x + 20x - 30 - 9x^2 - 24x - 16 = \mathbf{-5x^2 - 10x - 46} \quad (\text{M : D et P2})$$

$$(5x-3)^2 - 3(2x-5)(2x-3) = 25x^2 - 30x + 9 - (6x-15)(2x-3) = 25x^2 - 30x + 9 - [6x \times 2x + 6x \times (-3) - 15 \times 2x - 15 \times (-3)] \\ = 25x^2 - 30x + 9 - (12x^2 - 18x - 30x + 45) = 25x^2 - 30x + 9 - (12x^2 - 48x + 45) = 25x^2 - 30x + 9 - 12x^2 + 48x - 45 \\ = \mathbf{13x^2 + 18x - 36} \quad (\text{M : P2 et D})$$

$$(3x+4y+5)^2 = [(3x+4y)+5]^2 = (3x+4y)^2 + 2 \times (3x+4y) \times 5 + 5^2 = 9x^2 + 24xy + 16y^2 + 30x + 40y + 25 \quad (\text{M : P1 et D}) \text{ ou encore :} \\ = [3x+(4y+5)]^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times (4y+5) + (4y+5)^2 = 9x^2 + 24xy + 30x + 16y^2 + 40y + 25 \quad (\text{M : P1 et D}) \text{ ou encore} \\ = (3x+4y+5)(3x+4y+5) \text{ on distribue } 25x^2 - 30x + 9 - (6x-15)(2x-3) = \dots$$

$$(3x+4y-5)(3x-4y+5) = [3x+(4y-5)][3x-(4y-5)] = (3x)^2 - (4y-5)^2 = 9x^2 - (16y^2 - 40y + 25) = \mathbf{9x^2 - 16y^2 + 40y - 25} \quad (\text{T : P3 et P2})$$

$$(2x-3)(4x-1) - 2(-3x+5)^2 = 2x \times 4x + 2x \times (-1) - 3 \times 4x - 3 \times (-1) - 2(9x^2 - 30x + 25) = 8x^2 - 2x - 12x + 3 - 18x^2 + 60x - 50 \\ = \mathbf{-10x^2 + 46x - 47} \quad (\text{M : D et P2})$$

$$3(2x-5)^2 - 2(2x+5)(x-3) = 3(4x^2 - 20x + 25) - 2[2x \times x + 2x \times (-3) + 5x \times x + 5x \times (-3)] = 12x^2 - 60x + 75 - 2(2x^2 - 6x + 5x - 15) \\ = 12x^2 - 60x + 75 - 4x^2 + 2x + 30 = \mathbf{8x^2 - 58x + 105} \quad (\text{M : P2 et D})$$

$$3(5x-3)^2 - 2(4x+3)^2 = 3(25x^2 - 30x + 75) - 2(16x^2 + 24x + 9) = 75x^2 - 90x + 225 - 32x^2 - 48x - 18 = \mathbf{43x^2 - 138x + 207} \quad (\text{M})$$

$$3(2x+5)^2 - 2(2x-5)(x-3) = 3(4x^2 + 20x + 25) - 2[2x \times x + 2x \times (-3) - 5x \times x - 5x \times (-3)] = 12x^2 + 60x + 75 - 2(2x^2 - 6x - 5x + 15) \\ = 12x^2 + 60x + 75 - 4x^2 + 22x - 30 = \mathbf{8x^2 + 82x + 45} \quad (\text{M : P1 et D})$$

$$(2x+3)(3x-4) - (3x-5)^2 = 6x^2 - 8x + 9x - 12 - (9x^2 - 30x + 25) = 6x^2 + x - 12 - 9x^2 + 30x - 25 = \mathbf{-3x^2 + 31x - 37} \quad (\text{M : D et P2})$$

$$3(2x-5)^2 - 2(2x-5)^2 = 3(4x^2 - 20x + 25) - 2(4x^2 - 20x + 25) = 12x^2 - 60x + 75 - 8x^2 + 40x - 50 = \mathbf{4x^2 - 20x + 25} \quad (\text{M : P2 et D})$$

A noter : si on pose $a = (2x-5)^2$, alors on a $3a - 2a = a$, donc

$$3(2x-5)^2 - 2(2x-5)^2 = (2x-5)^2 = \mathbf{4x^2 - 20x + 25} \quad (\text{P2})$$

$$(2x+5)(2x-5)^2 = (2x+5)(4x^2 - 20x + 25) = 2x \times 4x^2 + 2x \times (-20x) + 2x \times 25 + 5 \times 4x^2 + 5 \times (-20x) + 5 \times 25 \\ = 8x^3 - 40x^2 + 50x + 20x^2 - 100x + 125 = \mathbf{8x^3 - 20x^2 - 50x + 125} \quad (\text{M : P1 et D}) \text{ ou encore :} \\ = [(2x+5)(2x-5)](2x-5) = (4x^2 - 25)(2x-5) = 4x^2 \times 2x + 4x^2 \times (-5) - 25 \times 2x - 25 \times (-5) \\ = \mathbf{8x^3 - 20x^2 - 50x + 125} \quad (\text{M : P3 et D})$$

$$(2x+5)(2x-5) - (3x+2)(3x-2) = 4x^2 - 25 - (9x^2 - 4) = 4x^2 - 25 - 9x^2 + 4 = \mathbf{-5x^2 - 21} \quad (\text{T : P3 2 fois})$$

$$(3x-2)^2 + 2(3x-2)(2x-5) + (2x-5)^2 = 9x^2 - 12x + 4 + 2(6x^2 - 15x - 4x + 10) + 4x^2 - 20x + 25 \\ = 9x^2 - 12x + 4 + 12x^2 - 38x + 20 + 4x^2 - 20x + 25 = \mathbf{25x^2 - 70x + 49} \quad (\text{T : P2 et D})$$

ou encore (à condition de maîtriser les factorisations) en prenant $a = (3x-2)$ et $b = (2x-5)$, on doit remarquer que l'on a : $a^2 + 2ab + b^2$ qui est égal à $(a+b)^2$. D'où :

$$(3x-2)^2 + 2(3x-2)(2x-5) + (2x-5)^2 = [(3x-2) + (2x-5)]^2 = (5x-7)^2 = \mathbf{25x^2 - 70x + 49} \quad (\text{P1})$$

$$9(4x+3)^2 - 12(4x+3)(3x-5) + 4(3x-5)^2 = 9(16x^2 + 24x + 9) - 12(12x^2 - 20x + 9x - 15) + 4(9x^2 - 30x + 25) \\ = 144x^2 + 216x + 81 - 144x^2 + 132x + 180 + 36x^2 - 120x + 100 \\ = \mathbf{36x^2 + 228x + 361}$$

ou encore (à condition de maîtriser les factorisations) en prenant $a = (3x-2)$ et $b = (2x-5)$, on doit remarquer que l'on n'est pas loin de : $a^2 + 2ab + b^2$ qui est égal à $(a+b)^2$. Problèmes : le 4, le 12 et le 9.

Mais $4 = 2^2$, $9 = 3^2$ et $12 = 2 \times 3 \times 2$. Moyennant quoi :

$$9(4x+3)^2 - 12(2x+3)(3x-5) + 4(3x-5)^2 = 3^2(4x+3)^2 - 2 \times 3 \times 2(14+3)(3x-5) + 2^2(3x-5)^2 \\ = [3(4x+3)]^2 - 2 \times [3(2x+3)] \times [2(3x-5)]^2$$

Alors, en fait $a = 3(4x+3) = 12x + 9$ et $b = 2(3x-5) = 6x - 10$ et là, on a bien $(a-b)^2$

$$9(4x+3)^2 - 12(4x+3)(3x-5) + 4(3x-5)^2 = [12x + 9 - (6x - 10)]^2 = (12x + 9 - 6x + 10)^2 = (6x + 19)^2 \\ = \mathbf{36x^2 + 228x + 361}$$

Tous les développements peuvent se faire en utilisant la seule Distributivité, mais c'est long fastidieux et très calculatoire ce qui est source d'erreurs importante...

Donc, un seul conseil : bien connaître les Produits remarquables et être capable de les repérer à coup sûr...