Corrigé du Brevet Blanc n°1

Document proposé par Yoshi – D'autres sont disponibles sur http://www.bibmath.net

Exercice 1. **3,5 pts**

1. Calculer et donner le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$, où b est un nombre entier naturel le plus petit possible :

$$E = 3\sqrt{75} - 7\sqrt{27} + \sqrt{48} = 3\sqrt{25\times 3} - 7\sqrt{9\times 3} + \sqrt{16\times 3} = 3\times 5\sqrt{3} - 7\times 3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 15\sqrt{3} - 21\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$$

2. On donne les expressions F = $(3-\sqrt{2})$ et G = $(2\sqrt{8}-7)$. Calculer F x G. On donnera le résultat sous la forme $a+b\sqrt{2}$.

$$F\times G = (3-\sqrt{2})(2\sqrt{8}-7) = 6\sqrt{8} - 21 - 2\sqrt{16} + 7\sqrt{2} = 6\sqrt{4\times 2} - 21 - 2\times 4 + 7\sqrt{2} = 12\sqrt{2} - 21 - 8 + 7\sqrt{2} = -29 + 19\sqrt{2}$$

Exercice 2 **2 pts**

1. Calculer le PGCD de 12825 et 23175. La méthode des divisions successives marchait ici très bien : 5 étaient nécessaires. 23175/12825. : q = 1, r = 10350 ; 12825/10350 : q = 1 r = 2475 ; 10350/2475 : q = 1, r = 450 ; 2475/450 : q = 5, r = 225 et 450/225 : q = 225 ; r = 0. Le PGCD de 23175 et 12825 est donc 225.

2. Donner alors la fraction irréductible égale à $\frac{12825}{23175}$. On obtient la fraction irréductible en divisant numérateur et dénominateur par leur PGCD 225. $\frac{12825}{23175} = \frac{12825\div 225}{23175\div 225} = \frac{57}{103}$

Exercice 3 **4,5 pts**

On considère l'expression M = $(3x-4)(2x+3)-(3x-4)^2$

1. M = $(3x-4)(2x+3)-(3x-4)^2 = 6x^2+9x-8x-12-(9x^2-24x+16) = 6x^2+x-12-9x^2+24x-16 = -x^2+25x-28$

2. M = $(3x-4)(2x+3)-(3x-4)^2 = (3x-4)[(2x+3)-(3x-4)] = (3x-4)(2x+3-3x+4) = (3x-4)(-x+7)$

3. Résoudre l'équation $(3x-4)(7-x)=0$ Avez-vous pensé que -*x* + 7 ou 7 - *x*, c'est la même chose. Si oui, on vous donnait là, le résultat de la factorisation précédente. Le produit a x b est nul si a = 0 ou b = 0
Donc 3*x* - 4 = 0 ou -*x* + 7 = 0. Soit *x* = 4/3 **ou** *x* = 7. L'équation $(3x-4)(7-x)=0$ possède donc 2 solutions .
Soit *x* = 4/3 **et** *x* = 7.

4. Calculer M pour $x = \frac{5}{3}$. La méthode la plus simple était d'utiliser pour cela la forme factorisée**.**

M = $(3\times\frac{5}{3}-4)(7-\frac{5}{3}) = (5-4)(\frac{21}{3}-\frac{5}{3}) = \frac{16}{3}$

Problème **3,5 pts**

Un confiseur prépare deux types de paquets comportant des chocolats fins et des pâtes de fruits.
On appelle *x* le prix d'un chocolat et *y* celui d'une pâte de fruits.
Dans le paquet de type 1, qu'il vend 42,50 €, il place 25 chocolats et 10 pâtes de fruits. Équation 1 : 25*x* + 10*y* = 42,50
Dans le paquet de type 2, qu'il vend 32,50 €, il place 15 chocolats et 20 pâtes de fruits. Équation 2 : 15*x* + 20*y* = 32,50
La méthode la plus simple pour résoudre le système obtenu est de multiplier toute la 1ere ligne par -2 pour éliminer les *y*.
On obtenait :

$$\begin{array}{l} -50x-20y=-85 \\ 15x+20y=32{,}5 \end{array}$$

En additionnant les 2 lignes membre à membre, on tombait sur : -35*x* = -52,5 d'où *x* = 1,5.
On remplaçait alors *x* dans l'équation 1 : 25 x 1,5 + 10*y* = 37,5. Soit 37,5 + 10*y* = 42,5.
Et 10*y* = 42,5 - 37,5. 10*y* = 5. D'où *y* = 0,5.
<u>Retour au problèm</u>e : Le prix d'un chocolat est 1,50 € et le prix d'une pâte de fruits est 0,50 €.

Activités géométriques - 13 pts -

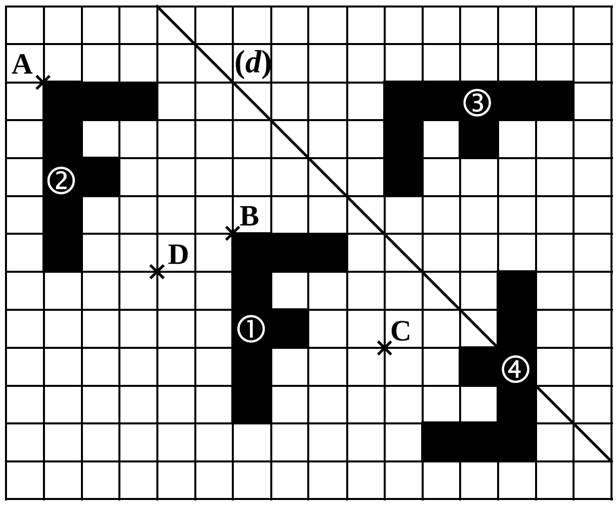
Exercice 1 **3 pts**

A partir du document ci-contre et en utilisant des transformations, dont on précisera les éléments caractéristiques (centres de symétrie, axes de symétrie, vecteurs etc.), recopier et compléter les phrases suivantes :

a. La figure 2 est l'image de la figure 1 par
la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$

b. La figure 3 est l'image de la figure 1 par
la symétrie d'axe (d)

c. La figure 4 est l'image de la figure 1 par
la symétrie de centre C.



Exercice 2 **4,5 pts**

1. La hauteur issue de E coupe le côté [RN] en A : On a donc (EA) ⊥ (RN). L"angle EAN est donc droit et le triangle EAN rectangle en A. Dans ce triangle, on peut donc écrire : $\cos \widehat{ENA} = \frac{AN}{EN}$. D'où, en remplaçant : $\cos 60^\circ = \frac{AN}{9}$. D'où AN = 9 x 0,5 = 4,5.

2. a) Calculer AR. Puisque A ∈ [RN], alors AR = RN - AN = 10,6 - 4,5 = 6,1

b) Calculer TA (on arrondira au dixième de centimètre). Considérons le triangle ERN. Puisque A ∈ [RN], que T ∈ [RE] et que (AT) // (EN), alors d'après le théorème de Thalès, on peut écrire le rapports égaux suivants : $\frac{RA}{RN} = \frac{RT}{RE} = \frac{TA}{EN}$

Et en particulier : $\frac{RA}{RN} = \frac{TA}{EN}$. Soit, en remplaçant RA par 6,1 ; RN par 10,6 et EN par 9 : $\frac{6{,}1}{10{,}6} = \frac{TA}{9}$. On applique la règle des produits en croix et on obtient : $TA = \frac{9 \times 6{,}1}{10{,}6} = 5{,}179\ldots$ Soit TA = 5,2 cm

Exercice 3 **5,5 pts**

L'unité de longueur est le centimètre.

1. Puisque N ∈ [AC], alors AC = AN + NC = 2 + 3 = 5

Calculons les rapports suivants : $\frac{AM}{AB} = \frac{2{,}4}{6} = \frac{24}{60} = \frac{2}{5}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{2}{5}$. On constate que les rapports $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$ sont égaux.

Puisque les points A, M, B d'une part et A, N, C d'autre part sont placés dans le même ordre sur les droites (AB) et (AC) sécantes en A, et que $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, on peut dire que (MN) // (BC).

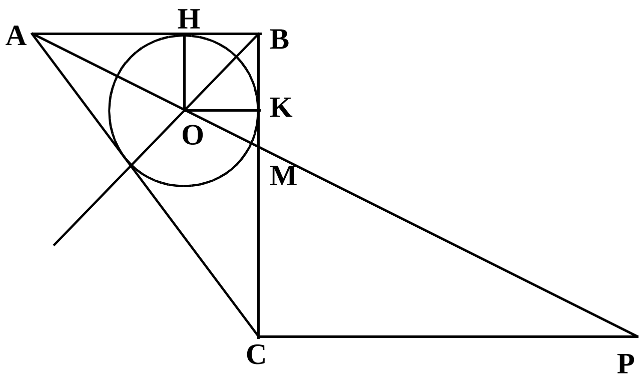
2. Le triangle ANM est-il rectangle ? 2 méthodes. On pouvait ici, sachant ce qui précède, appliquer (cette fois) le théorème de Thalès et calculer MN. Avec les 3 longueurs AM, AN, et MN, il fallait alors contrôler si la réciproque du théorème de Pythagore s'appliquait.

Plus court et plus simple était de faire la même vérification dans le triangle ABC :

$AC^2 + BC^2 = 5^2 + 3{,}3^2 = 25 + 10{,}89 = 35{,}89$; $AB^2 = 6^2 = 36$. On constate alors que $AC^2 + BC^2 \neq AB^2$. Le triangle ABC n'est pas rectangle et donc l'angle C n'est pas droit. Et donc comme (MN) // (BC), l'angle M non plus. Et donc le triangle AMN n'est pas un triangle rectangle.

PROBLEME DE GEOMETRIE

Prélude



1. Voir dessin

2. Le rapporteur donne une mesure comprise entre 26° et 27° pour chacun des 2 angles. Il est impossible d'obtenir un résultat précis, c'est un instrument trop imparfait. Donc, on ne peut conclure que $\widehat{BAM} = \widehat{MAC}$, et donc que |AM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$

Partie A

1. a) L'angle ABC étant droit, le triangle BAC est donc rectangle en B. Dans ce triangle rectangle, on peut donc appliquer le théorème de Pythagore :

$AC^2 = AB^2 + BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$

D'où $AC = \sqrt{100} = 10$

b) Dans le triangle BAC rectangle en B : $\cos \widehat{BAC} = \frac{AB}{AC}$. D'où $\cos \widehat{BAC} = \frac{6}{10} = 0{,}6$. Et la calculatrice donne pour l'angle $\widehat{BAC}$: **53,13010235...°.**

On pouvait tout aussi bien utiliser le sinus et la tangente car on connaît les 3 côtés.

Puisque M est un point de [BC] alors le triangle BAM est rectangle en B. Dans ce triangle, on peut écrire :

$\tan \widehat{BAM} = \frac{BM}{AB}$ d'où $\tan \widehat{BAM} = \frac{3}{6} = 0{,}5$. Et la calculatrice donne pour l'angle $\widehat{BAM}$: **26,56505118...°**

On a donc $\widehat{BAM} \times 2$ ≈ **53,13010235...°.** Ce n'est pourtant pas suffisant pour conclure que $\widehat{BAC} = 2 \times \widehat{BAM}$.

Même la calculatrice, puisque les résultats ne sont que des résultats approchés, n'est pas assez précise pour tirer une conclusion valable... Une petite preuve : on calcule l'angle $\widehat{BAC}$ avec la calculette, et on lui soustrait immédiatement le double de la valeur de l'angle $\widehat{BAM}$ (qu'on lui fait re-calculer dans la foulée). Résultat : non pas 0, mais 3×10^{-10} ...

Donc si on ne peut conclure, à cause de l'imprécision de la calculette, que $\widehat{BAC} = 2\widehat{BAM}$ on ne pourra dire que [AM) est la bissectrice de $\widehat{BAC}$.

2. Puisque C est sur [BM], que P est sur [AM] et que (CP) // (AB), alors d'après le théorème de Thalès on peut écrire : $\frac{MA}{MP} = \frac{MB}{MC} = \frac{AB}{PC}$ et en particulier : $\frac{MB}{MC} = \frac{AB}{PC}$. Comme M est un point de [BC], alors MC = BC - MB = 8 - 3 = 5

D'où $\frac{3}{5} = \frac{6}{PC}$ et PC = (6 x 5)/ 3 =10

3. Puisque l'on a AC = 10 et CP = 10, le triangle ACP a 2 côtés de même longueur, il est donc isocèle de sommet principal C. Ses angles à la base sont donc égaux : $\widehat{PAC} = \widehat{CPA}$

4. Puisque (AB) // (CP), alors les angles alterne-internes $\widehat{MAC}$ et $\widehat{BAM}$ sont égaux. D'où $\widehat{BAM} = \widehat{MAC}$. [AM) est bien la bissectrice de BAC.

Partie B

1. Voir dessin

2. Aire du triangle ABM = (AB x BM)/2 = 9. Aire du triangle AOB = (base x hauteur)/2 = (AB x OH)/2 = (6 x r)/2 = 3r
Aire du triangle BOM = (base x hauteur)/2 = (BM x OK)/2 = (3 x r)/2 = 1,5r
L'aire triangle ABM est la somme des aires des triangles AOB et BOM : 9 = 3r + 1,5r . D'où 4,5r = 9 et **r = 2**.