

## 2. COMMENTAIRES

### 2.1 Épreuves écrites

#### Première épreuve

Le sujet ne posait pas de difficultés particulières. Une bonne maîtrise des programmes de terminale scientifique permettait aux candidats de valoriser leur culture mathématique et leur capacité de rédaction.

Les démonstrations par récurrence sont utilisées trop systématiquement au détriment d'autres méthodes souvent plus simples. Certains candidats éludent les difficultés du raisonnement par récurrence, en généralisant à l'ensemble  $\mathbb{N}$  des résultats constatés pour deux ou trois entiers naturels. Le jury rappelle que la maîtrise du raisonnement par récurrence est exigible d'un candidat au baccalauréat scientifique.

La culture mathématique est dans l'ensemble assez faible : trop peu de candidats connaissent des résultats très classiques tels que la formule des probabilités totales ou le théorème de la bijection continue. Les questions sur la diagonalisation de matrices ou sur les séries entières ne sont pas abordées, ce qui laisse supposer que de nombreux candidats ne connaissent pas ces sujets.

Le jury constate que les candidats qui réussissent sont ceux qui traitent le sujet progressivement sans tenter de grappiller des points.

#### Partie 1

Il s'agit de la partie la mieux traitée, exceptée l'application aux probabilités dans la dernière partie de la question 3.

La démonstration par récurrence est inadaptée à la question 1c) (i).

Très peu de candidats abordent l'application des suites arithmético-géométriques aux probabilités, ce qui est surprenant pour ce type d'exercice régulièrement proposé au baccalauréat scientifique.

#### Partie 2

Trop de candidats considèrent qu'on peut généraliser aux matrices les résultats démontrés pour les nombres réels dans la partie 1 et, de ce fait, en arrivent à diviser par des matrices sans se soucier de savoir si elles sont inversibles.

Un candidat sur deux oublie que le produit matriciel n'est pas commutatif, par exemple en écrivant à la question 2)a)  $U_n = U_0 A^n$ .

Il n'est pas admissible que des candidats ne sachent pas déterminer si une matrice d'ordre 2 est diagonalisable.

#### Partie 3

Cette partie est peu abordée sauf dans quelques bonnes copies.

Les connaissances sur les séries entières géométriques sont beaucoup trop lacunaires.

Le reste est traité de manière très marginale.

#### Deuxième épreuve

Le sujet comporte deux exercices. Le premier porte les propriétés du nombre  $e$  et sur la vitesse de convergence de certaines suites vers ce nombre. Le second traite du problème des moindres carrés à l'aide de l'outil matriciel.

Le premier thème est le mieux traité ; certaines parties du deuxième n'ayant quasiment pas été abordées. Il s'agit probablement d'une erreur stratégique due à des connaissances superficielles sur le calcul matriciel. Les candidats obtenant les meilleurs résultats sont ceux qui ont pu balayer le sujet dans son intégralité.

Bien entendu, dans un concours de recrutement d'enseignants, la qualité de la rédaction est un critère important dans l'évaluation d'une copie. La plupart des candidats ont rendu des copies bien présentées et agréables à lire, reflétant la clarté de leur réflexion, mais certaines sont peu soignées et parfois confuses

### **Exercice 1**

Globalement les candidats traitent correctement les questions guidées mais laissent de côté les questions ouvertes. Ainsi les trois premières parties de l'exercice sont rédigées correctement. Le jury note parfois un manque de rigueur dans les équivalences entre inégalités ou encore l'oubli des conditions d'application lors d'une intégration par parties. On trouve également dans certaines copies des erreurs inattendues révélant un manque de maîtrise de quelques notions de base en particulier dans partie I question 3 où on demande de justifier la convergence de suites.

Dans la partie III question 3.b, les candidats n'ont généralement pas su trouver une suite

géométrique dépendant de  $a$  et de raison  $\frac{1}{2}$ , ce qui ne les a pas empêchés d'utiliser ce résultat dans la question suivante.

Il est surprenant de constater que certains calculs sont effectués correctement mais sans prendre de recul sur leur intérêt et leur exploitation. Le jury remarque que l'objectif général du problème n'est pas toujours compris. Ainsi, pour la cinquième question de la partie III aucun candidat ne réalise une réelle synthèse des résultats obtenus. Il ne s'agissait pas de donner une liste des résultats précédents mais de les exploiter afin d'établir les propriétés du nombre  $e$ .

La partie IV consiste à démontrer l'égalité  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ . Cette partie n'est souvent traitée que partiellement, les candidats ayant du mal à faire le lien entre les questions. Rappelons ici que la

déduction «  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 1$  donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = 1$  » est incorrecte.

L'objectif de la partie V est de comparer la vitesse de convergence vers le nombre  $e$  de deux suites en utilisant certains résultats précédents. On trouve très peu de traces de recherche de cette partie dans les copies. On pouvait démontrer le résultat demandé dans la question 1 en utilisant un raisonnement par l'absurde ; peu de candidats semblent y avoir pensé. Les vitesses de convergence demandées pouvaient être conjecturées à l'aide de la calculatrice, ce qui aurait évité à certains

d'affirmer que «  $\sum_{k=0}^n \frac{1}{k!}$  converge lentement vers le réel  $e$  ».

De futurs enseignants doivent se convaincre que la démarche algorithmique est une composante essentielle de l'activité mathématique, faisant partie intégrante des programmes du lycée.

### **Exercice 2**

Un nombre important de candidats a été déstabilisé par le thème et laisse apparaître des connaissances trop superficielles en algèbre linéaire et en statistiques.

L'étude comporte quatre parties. Les trois premières parties consistent à établir le résultat suivant : étant donnée une matrice  $A$  de  $M_n(\mathbb{R})$  et  $B$  un vecteur de  $E_n$ , si le rang de la matrice  $A$  est égal à son nombre de colonnes alors l'équation  $AX = B$  admet pour unique pseudo solution  $X = ({}^tAA)^{-1} {}^tAB$ .

On trouve deux types de copies : d'une part celles des candidats ayant quelques connaissances sur le sujet, d'autre part celles de nombreux candidats déstabilisés par manque de connaissances.

Pour la partie I, les démonstrations des résultats des questions 1 et 2 sont parfois incomplètes, toutes les conditions nécessaires n'étant pas vérifiées. Les parties II et III ne sont souvent traitées que partiellement.

La partie IV, application des parties précédentes, permet de déterminer les coefficients associés à la droite de régression obtenue par la méthode des moindres carrés pour une série bi variée. La partie consacrée à l'application est traitée par de nombreux candidats mais les calculs permettant de mettre en évidence le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de la droite de régression obtenue avec la méthode des moindres carrés, respectivement égaux à  $\hat{a} = \frac{\text{cov}(X;Y)}{\sigma^2(X)}$  et  $\hat{b} = \bar{y} - a\bar{x}$ , aboutissent rarement. Certains candidats ont cependant des connaissances sur la méthode des moindres carrés.