Épreuves de Mathématiques

Remarques générales concernant l'épreuve écrite.

Cette année, 999 candidats ont passé l'épreuve écrite de mathématiques, soit un peu moins qu'en 2017. Ils ont été plus prolixes que les années précédentes, et il semblerait qu'ils sont donc mieux préparés à l'épreuve.

L'épreuve de mathématiques comportait trois exercices indépendants. Un premier exercice assez classique d'algèbre matricielle. Un deuxième exercice traitait d'intégrales et de séries de Fourier, divisé lui même en trois parties . A : calcul d'intégrales, B : étude d'une série de Fourier, et C : application informatique du B pour écrire en Scilab une approximation numérique d'une série à une précision donnée.

Le troisième exercice proposait l'étude des points critiques d'une fonction polynomiale à deux variables, avec une interprétation géométrique de la position de ces points.

Remarques concernant chaque exercice :

Exercice 1 : Algèbre linéaire matricielle.

Dans cet exercice d'algèbre linéaire, la question 2 avait pour but de tester la compréhension des notions d'algèbre linéaire : base, espace vectoriel, famille libre. Cette question a été tentée par plus de candidats que l'année dernière, mais très peu réussie. Nous avons eu beaucoup de réponses montrant une incompréhension totale de ce qu'est un espace vectoriel de matrices, comme « (I,B) est une base car le déterminant de *I* est non nul », ou encore «car *I* est la matrice de l'identité». Même après avoir affirmé que (I,B) est une base, beaucoup de candidats disent que la dimension de l'espace est 3, sans doute en confondant dimension de cet espace avec la dimension des matrices.

La question 3 consistait en un calcul très simple de valeurs propres. Elle a été un peu mieux réussi que la question 2 mais il est à déplorer que certains candidats trouvent les bons vecteurs propres avec de mauvaises valeurs propres. La question 4 testait la compréhension de la notion de valeur propre : cette question a été très peu traitée, mais plutôt réussie par les candidats qui s'y sont essayés. Les questions 5 et 6 devaient être des applications du travail précédemment réalisé, elles ont surtout été traitées par des candidats qui avaient peu réussi les questions précédentes dans un objectif de «pêche aux points».

Exercice 2 : Série de Fourier.

Cet exercice a été en général mieux compris, car très classique. La partie A de cet exercice consistait essentiellement à démontrer sa capacité à faire une intégration par partie et à utiliser les résultats donnés dans le sujet. Les candidats ayant traité cette question se sont généralement bien débrouillés même s'ils se sont laissés décourager par la double intégration par partie de la question 3. Il est cependant à noter que certains candidats ne connaissent pas une primitive de sinus. Quelques candidats justifient le fait qu'il est légal de faire une intégration par partie, cela est agréable.

La partie B consistait à faire l'étude de Fourier complète : décomposition en série et obtention de valeurs numériques pour des séries numériques qui s'en déduisaient. Cette partie a été traitée par une grande majorité des candidats, mais de façon assez superficielle : peu de candidats sont en effet rigoureux dans leurs démonstrations. Par exemple, il fallait démontrer l'imparité sur tous les réels et pas seulement sur la période, l'obtention du tableau de variation est trop souvent approximatif, la définition des coefficients b_n ne doit pas être donnée en fonction de ce que l'on veut obtenir (une intégrale en 0 et π) mais doit être bien justifiée en utilisant la parité de la fonction à intégrer. Par ailleurs, dire qu'une fonction est «continue car dérivable», ou encore «continue car 2π-périodique» n'est pas une justification acceptable. Il faut

également justifier l'utilisation du théorème de Dirichlet. La dernière question de cette partie était beaucoup technique et a été très peu traitée, toujours mal réussie.

La partie C de cet exercice demandait l'écriture de codes pour mettre en œuvre les résultats trouvés précédemment. Nous attendions soit du code Scilab, soit un métalangage plus ou moins proche du langage naturel. Elle était indépendante du reste, car tous les résultats utiles étaient donnés. Cette partie a été traitée par très peu de candidats, mais ceux qui ont répondu étaient généralement pertinents.

Exercice 3 : Étude des points critiques d'une fonction polynôme à deux variables..

Les candidats ont presque tous essayé de répondre à cet exercice même s'il a été plutôt mal résolu notamment en raison du trop grand nombre de candidats qui se trompent dans les dérivations. Nous avons très souvent rencontré l'erreur suivante : $\frac{\partial}{\partial x}\left(x^3+y^3\right)=3x^2+y^3$ ce qui montre que ces candidats n'ont pas compris ce qu'est une dérivée partielle.

Même si la résolution du système donnant les points critiques n'était pas simple, quelques candidats s'en sortent en exhibant des solutions particulières. Dommage que ces candidats ne sachent pas dire que les points critiques sont justement les points solution du système qu'ils viennent de résoudre. Le jury a été agréablement surpris par la connaissance du théorème de Schwarz de la part des candidats, même si certains le nomment «théorème de Swatch» ou de «Scratch». Enfin, très peu de candidats savent donner la nature d'un point critique en fonction des valeurs *r*, *s* et *t*. Le tableau est presque toujours rempli au hasard. Nous avons à cette occasion découvert l'existence de " point colle".

Enfin, très peu de candidats savent reconnaître une équation de droite ou de cercle.

2) Oral.

Comme en 2017, l'épreuve orale de mathématiques avait une durée de 50 minutes, soit 25 minutes de préparation sur table et 25 minutes au tableau. Cette durée demandée par la direction du concours avait pour but de faciliter la circulation des candidats en cas d'épreuves consécutives, mais a aussi facilité la gestion des candidats ayant droit à un tiers temps.

Deux exercices dans des domaines différents, en général algèbre et analyse, étaient proposés aux candidats. Il leur était permis de refuser un des deux exercices et de s'en voir proposer un autre, mais dans ce cas ils n'étaient plus notés que sur 15.

Les candidats d'ATS forment un public assez hétérogène, même si on constate qu'ils ont appris certaines choses, mais souvent en ayant plutôt compris des recettes que des concepts.

En algèbre linéaire, on trouve toujours la même confusion entre matrice diagonalisable et matrice inversible. Beaucoup de candidats peinent à calculer un déterminant correctement et n'utilisent pratiquement jamais des échelonnements de colonnes ou de ligne. La diagonalisation est le plus souvent une procédure effectuée automatiquement sans bien la comprendre, et les candidats sont très perturbés si un vecteur propre est fourni d'emblée.

En algèbre, on est surpris de voir un candidat calculer Δ pour résoudre par exemple $x^2+1=0$. On observe toujours les mêmes difficultés avec les racines *n*-ièmes d'un complexe. Le lien entre géométrie plane et nombre complexe n'est jamais fait spontanément. . Si les techniques de calcul sont globalement connues, les concepts sont rarement compris. Par exemple, un étudiant est capable de parler de la bijectivité d'une application linéaire canoniquement associée à une matrice sans pouvoir l'expliciter par l'exemple ou connaître la base canonique de R³.