Problèmes à résoudre par mise en équation
- Corrigés -

Document proposé par Yoshi – D'autres sont disponibles sur http://www.bibmath.net

1. Soit *x* la somme en € possédée par le 1er enfant.
Deux enfants ont exactement 10,50 € à eux deux si je connais la somme possédée par le 1er, pour trouver celle du 2nd, je ferais une soustraction 10,5 - ??. Il se trouve qu'on sait ce que possède le 1er : c'est *x* !
Donc le 2nd possède 10,5-*x*...
Si le 1er possédait 1,50 € de plus → dans ce cas, il possède *x* +1,5...
il aurait exactement le triple de la somme du second. → le 2nd a 10,5 – *x* et son triple est donc 3(10,5 – *x*)
Équation : *x* +1,5 = 3(10,5 – *x)* D'où *x*+10,5 = 31,5-3*x et* 4*x* = *30* ; *x* = 7,5
10,5-*x* = 10,5-7,5 = 3.. Vérification 7,55+1,5 = 9 et 9 = 3 * 3
<u>Retour au problème</u> : le 1er enfant possède 7 €, le 2nd 3 €.
Remarque cette résolution correspond à la résolution par substitution d'un système de deux équations à 2 inconnues.

2. *Dans combien de temps* : soit *x* la durée cherchée en années.

Âges actuels		Âges dans x années
Mère :	43	43 + *x*
Enfants	5	5 + *x*
	10	10 + *x*
	12	12 + *x*

Équation : Âge mère dans *x* années = somme des âges des enfants dans *x* années
Donc ! 43 + *x* = 5 + *x* + 10 + *x* + 12 + *x* Soit 43 + *x* = 27 + 3*x* d'où *x* = 8
Vérification 43+8 = 51 ; 5+8 = **13**, 10+8 = **18**, 12 + 8 = **20** → 13+18+20 = 51
<u>Retour au problème</u> : dans 8 ans, l'âge de la mère ser égal à la sommes des âges de ses enfants.

3. *Dans combien de temps :* là encore, soit x le nombre d'années cherché.

Âges actuels		Âges dans *x* années
du père :	.34	34 + *x*
du fils :	8	8 + *x* .

Équation : âge futur du père = âge futur du fils * 3, donc 34 + *x* = 3(8 + *x*) soit 34 + x = 24 + 3*x* et *x* = 5.
Vérification : 34 + 5 = 39 ; 8 + 5 = 13 et 39 = 13 * 3
<u>Retour au problème</u> : dans5 ans, l'âge du père sera égal au triple de l'âge de son fils..

4. Soit *x* le nombre d'enfants. Que l'on calcule le prix du ballon dans le 1er cas ou dans le 2nd, ce prix sera le même.
L'équation peut dont donc s'écrire : *prix du ballon dans le 1er cas = prix du ballon dans le 2nd cas.*
1er cas
chacun d'eux donne 3,5 € → : somme collectée 7 * *x* = 7*x*
il manque encore 6 € → ! le ballon est un plus cher ; son prix : 3,5*x* + 6
2nd cas
chacun d'eux donne 4 € → : somme collectée 4 * *x* = 4*x*
il y a 10 € de trop → ! le ballon est moins cher ; son prix : 4*x* - 110
Équation : 3,5*x* + 6 = 4*x* – 10 Soit 0,5*x* = 16 et *x* = 32
Vérification : 3,5*32 + 6 = 118 et 4 * 32 -10 = 118
Retour au problème : 32 enfants se cotisent pour acheter un ballon de 118 €.

5. Même problème que le précédent. Soit *x* le nombre de sachets...
3 timbres de plus par sachet, soit 15 timbres par sachet
il manquera 5 timbres pour compléter le dernier sachet. 15*x* c'est 5 timbres de trop.
12*x* + 16 = 15x – 5 soit 3*x* = 21 et *x* = 7
Vérification : 12*7+16 = 100 et 15*7 – 5 = 100.
<u>Retour au problème</u> : il y a 7 sachets de timbres pour ranger 100 timbres en tout.

6. Soit *x* le nombre de personnes présentes au banquet. Que tout le monde paye ou pas, tout le monde mange, donc le restaurateur demandera dans les deux cas, la même somme...
1er cas : tout le monde paye. Somme collectée: 40*x*
2nd cas : 3 ne paient pas, donc *x*-3 payent chacun 47,50 €. Somme collectée 47,50(*x*-3)
Équation : 40*x* = 47,50(*x*-3) d'où 40*x* = 47,5*x* – 142,5 soit 7,5*x* = 142,5 et *x* = 19
Vérification : 40 * 19 = 760 et 47,5 * 16 = 760
<u>Retour au problème</u> :19 personnes sont présentes au banquet pour un coût global de 760 €.

7. Soit x l'âge du 1er enfant.

L'âge du 3eme est la moitié de celui du 1er, donc $\frac{x}{2}$

le 2e a 2ans de moins que le 1er, donc $x - 2$

Équation : somme des 3 âges = 33, d'où $x + x - 2 + \frac{x}{2} = 33$. On multiplie les 2 membres par 2 :

$2x + 2x - 4 + x = 66$ soit $5x = 70$ et $x = 14$.
Vérification : x-2 = 12 ; x/2 = 7. 14 + 12 + 7 = 33
<u>Retour au problème</u> : Les 3 enfants ont 14, 12 et 7 ans.
Remarque : on pouvait éviter le dénominateur en choisissant pour x l'âge du 3e. L'âge du 1er devenait 2x et celui du 2e : $2x - 2$. On avait alors $2x + 2x - 2 + x = 33$ et $5x = 35$ soit $x = 7$

8. Soit x le nombre de pages lues par Émilie le 1er jour.
Chaque jour, à partir du 2eme, elle lit 20 pages de plus que la veille.
Le 2e jour, elle lit donc $x + 20$ (20 pages de plus que le 1er jour)
Le 3e jour, elle lit donc $x + 40$ (20 pages de plus que le 2e jour)
Le 2e jour, elle lit donc $x + 60$ (20 pages de plus que le 3e jour)
Nombre de pages lues en 4 jours : $x + x + 20 + x + 40 + x + 60$, c'est à dire 300 pages.
Équation : $5x + 120 = 300$ soit $4x = 180$ et $x = 45$.
Vérification : 45 + 65 + 85 + 105 = 300
<u>Retour au problème</u> : Émilie a lu 45 pages le 1er jour.

9. Problème un peu dans le même esprit.
L'équation peut s'énoncer ainsi : nombre de pages lues par Nicolas = nombre de pages lues par Aurélien.
Soit x le nombre de pages lues le 1er jour

	Nicolas lit	Aurélien lit
le 1er jour	x	x
le 2e jour	$x + 26$	$2x$
le 3e jour	$x + 52$	$4x$
le 4e jour	$x + 78$	$8x$
le 3e jour	$x + 104$	$16x$
Total :	$x + x + 26 + x + 52 + x + 78 + x + 104$	$x + 2x + 4x + 8x + 16x$

Équation : $5x + 260 = 31x$ Soit $26x = 260$ et $x = 10$
Vérification : 10+ 36+62+88+114 = 310 et 10 +20 + 40 + 80 + 160 = 310
<u>Retour au problème</u> : Nicolas et Aurélien lisent le 1er jour 10 pages d'un livre de 310 pages.

10. Soit x la durée cherchée en min.
Après x min le 1er bassin aura reçu $7x$ (litres d'eau) et le 2e, $8x$
Les quantités d'eau de départ étant 210 L et 100 L, après x min les 2 bassins contiennent::
$7x + 210$ et $8x + 100$
en combien de temps le 2eme bassin contiendra les 4/7 du contenu du 1er.

Équation : $\frac{4}{7}(7x+210)=8x+100$ soit $4x + 120 = 8x + 100$ ou encore $4x = 20$ et $x = 5$.

Vérification : 7*5 + 210 = 245 et (245 * 4)/7 = 140 ; 8 * 5+ 100 =140.
<u>Retour au problème</u> : Il faudra 5 min pour que le 2ns bassin contienne les 4/7 du 1er.

11. Il faut distinguer livres imprimés et livres vendus.
Soit x le nombre d'exemplaires imprimés de chaque livre
Il a été vendu $x - 1300$ exemplaires du 1er livre à 36 € l'un. Somme rapportée : $36(x - 1300)$
Il a été vendu $x - 980$ exemplaires du 2e livre à 30 € l'un. Somme rapportée : $30(x - 980)$
Il a été vendu $x - 640$ exemplaires du 3e livre à 45 € l'un. Somme rapportée : $45(x - 640)$
La vente rapporte 450000 €.
Équation : $36(x - 1300) + 30(x - 980) + 45(x - 640) = 450000$
Soit encore : $36x - 46800 + 30x - 29400 + 45x - 28800 = 450000$
D'où : $111x = 555000$ et $x = 5000$.
Vérification :
5000-1300 = 3700, 36 * 3700 = 133200 ; 5000 – 980 = 4020, 30 * 4020 = 120600 et 5000-640 = 4360, 45*4360 = 196200. Enfin : 133200 + 120600 + 196200 = 450000.
<u>Retour au problème</u> : Il a été imprimé 5000 exemplaires de chaque livre.

12. Un terrain rectangulaire mesure 414 m de périmètre. Le demi-périmètre (Longueur + largeur), mesure donc 207 m.
Si la longueur augmentait du 1/3 de sa valeur : la nouvelle longueur est les 4/3 de l'ancienne.
et la largeur diminuait du 1/3 de la sienne : la nouvelle largeur n'est plus que les 2?3 de l'ancienne.
On appelle x la Longueur du départ. Le demi-périmètre de départ étant 207 m, la largeur vaut 207 – x au départ.
le périmètre augmenterait de 26 m, et donc le demi-périmètre de 13 m et passerait à 220 m
Équation : $\frac{4}{3}x+\frac{2}{3}(207-x)=220$ On multiplie les 2 membres par 3 :;
$4x + 2(207 - x) = 660$. D'où $4x + 414 – 2x = 660$ soit $2x = 246$ et $x = 123$. Donc $207 – x = 207 – 123 = 84$
Vérification : 123 * 4/3 = 164 ; 84 * 2/3 = 56 ; 164+56 = 220
<u>Retour au problème</u> : La longueur et la largeur du rectangle mesurent respectivement 123 et 84 m
Remarque : ce problème, avec x et y pour Longueur et largeur, peut se résoudre au moyen du système suivant $\begin{cases} x+y=207 \\ \frac{4}{3}x+\frac{2}{3}y=220 \end{cases}$ puis $\begin{cases} x+y=207 \\ 4x+2y=660 \end{cases}$: si l'on utilise la méthode de substitution à partir de la 1ere ligne, on retrouve la résolution ci-dessus.

13. Soit x la distance entre les villes A et C. La distance entre A et B étant 600 km, celle entre B et C s'écrit 600 - x
Prix, dans la ville C, d'une tonne de charbon venant de A : 288
Prix, dans la ville C, d'une tonne de charbon venant de B : 261+0.75(600 - x)
Le prix étant le même, l'**équation** est : 261+0.75(600 – x) = 288
Soit : 261 + 450 – 0,75x = 288 d'où 0,75x = 423 et x = 564 d'où BC = 600 - 564 = 36
Vérification : 261 + 36* 0,75 = 261+27 = 288
<u>Retour au problème</u> : la distance entre les villes A et C est 564 km.
Remarque : même remarque que pour le n° 12.

14. Soit x le nombre de litres d'eau contenus dans le bidon de 50 L. 50 – x est donc le nombre de litres de lait.
Masse d'eau dans le bidon : x * 1 = x
Masse du lait contenu dans le bidon (50 – x) *1.033
Masse totale (eau + lait) et donc **équation** : x + (50 – x) *1,033 = 51,485
Soit x + 51,65 – 1,033x = 51,485 d'où 0.033x = 0,165 et x = 5 d'où 50 – x = 45
Vérification : 5 + 45 * 1,033 = 5 + 46,485 = 51,485
<u>Retour au problème</u> :il y 5 L d'eau mélangés au lait.
Remarque : même remarque que pour le n° 12.

15. *Deux trains partent en même temps de Paris et de Tours...* Imaginer que dans chaque train un *chronomètre* est déclenché au départ... et arrêté lorsque les trains se croiseront : les chronomètres indiqueront la même durée !
Soit x cette durée en h.
De plus si l'on ajoute les distances parcourues par chaque train depuis leur départ jusqu'au moment du croisement, on trouve évidemment la distance Paris – Tours, soit 238 km.
L'équation peut s'écrire à cet instant : distance depuis Paris + distance depuis Tours = 238 km.
Le cours nous dit : **distance** (en km) = **vitesse** (en km/h) * **temps** (en h) ; d = vt.
$90x + 80x = 238$ soit $170x = 238$ et $x=\frac{238}{170}=1{,}4$ h c'est à dire 1 h 24 min
Vérification : 80 * 1,4 + 90*1,4 = 112 + 126 = 238 km
<u>Retour au problème</u> : Les 2 trains se croiseront 1 h 24 après leur départ et à 126 km de Paris

16. Les chronomètres à bord des camions, déclenchés au moment de leurs départs et arrêtés lors de leur croisement indiqueront une demi-heure d'écart... Par contre, à cet instant la somme des distances parcourues sera bien égale à la distance VT, soit 320 km.
Soit x le temps indiqué par le camion venant de T au moment du croisement. L'autre chronomètre indiquera x +0, 5.
Équation : 100(x + 0,5) + 80x = 320. Soit 180x + 50 = 320 et x = 1,5
Vérification : 100*(1,5+0,5) + 80 *1,5 = 200 + 120 = 320.
<u>Retour au problème</u> : le camion venant de V croisera, après 2 h de route et 200 km, celui venant de T qui aura roulé durant 1 h.30 et parcouru 120 km.

17. **Conversions :** 6,6 km/h = 6,6 km en 1 heure = 6,6 km en 60 min = 0,11 km/min. 7,2 km/h = 0,12 km/min
Soit x le temps, en min, mis par le premier pour croiser le second qui lui aura marché x – 3 min.
Encore une fois, la somme des distances parcourues par chacun au moment de la rencontre sera égale au total : 7km.
Équation : 0,12(x-3)+0,11x = 7. Soit 0,12x – 0,36 + 0,11x = 7, d'où 0,23x - 0,36 = 7 et x = 32
Vérification : 0,12 * 29 + 0,11 * 32 = 3,08 + 3,52 = 7
<u>Retour au problème</u> : Le piéton et le cycliste se croiseront 32 min après leur départ.

18. Lorsque le cycliste aura rattrapé le piéton, ils auront parcouru la même distance, avec des durées différentes.
Soit x la durée, en min, depuis laquelle marche le piéton au moment du départ du cycliste.
6 km/h = 0,1 km/min et 30 km/h = 0,5 km/min
Équation : $0{,}1(x+20) = 0{,}5 * 20$. Soit $0{,}1x + 2 = 10$, d'où $0{,}1x = 8$ et $x = 80$.
Vérification : 0,1 * 100 = 10 ; 0,5 * 20 = 10
Retour au problème : Le piéton est parti 80 min (1 h 20) avant le cycliste et aura donc parcouru pendant ce temps 0,1 * 80 = 8. Soit 8 km.

19. Au moment où le motard rattrape l'automobiliste, il aura parcouru 2,5 km de plus (le retard initial), mais si chacun dispose d'un chronomètre le déclenche au début de la poursuite et l'arrête au moment de la jonction , les durées indiquées sont les mêmes.
Soit x cette durée exprimée en heures.
Équation : $130x = 110x + 2{,}5$. Soit $20x = 2{,}5$ et $x = 0{,}125$. 0,125 h soit 7,5 min soit encore 7 min 30 s.
Vérification : 130 * 0.125 = 16,5 ; 110 * 0.125 + 2,5 = 13,75 + 2,5 = 16,25
Retour au problème : La poursuite durera 7 min 30 s.

20. Même problématique le n° 19. 42 km/h = 0,7 km/min et 6 km/h = 0,1 km/min
Soit x le temps en min que dure la poursuite.
Équation : $0{,}7x = 0{,}1(x - 4) + 11{,}8$. Soit $0{,}7x = 0{,}1x - 0{,}4 + 11{,}8$ d'où $0{,}7x = 0{,}1x + 11{,}4$ et $x = 19$
Vérification : 0,7 * 19 = 13,3 ; 0,1 * 15 +11,8 = 1,5+11,8 = 13,3
Retour au problème : La poursuite durera 19 min et le piéton aura parcouru 1,5 km.

21. La somme des durées trajets aller et retour est de 2 h. Puisque d = v.t alors t = d/v.
Soit x la distance en km, parcourue par le tram au moment où la personne en descend.
Équation : $\frac{x}{42}+\frac{x}{6}=2$ on multiplie les 2 membres par 42. D'où $x + 7x = 84$ et $x = 10{,}5$
Vérification : 10,5/6 = 1,75 ; 10,5/42 = 0,25 et 1,75 + 0,25 = 2
Retour au problème : la personne descend du tramway à 10,5 km de son point de départ mais ne sera partie que depuis 0,25 h soit 15 min.

22. Soit x la vitesse en km/min à laquelle marche le piéton. $40x/3$ est donc la vitesse de l'automobiliste.
3 h 40 min = 220 min
La distance totale parcourue s'écrit : $220\,x+\frac{40\,x}{3}\times 10$ soit 26,5 km
Équation : $220\,x+\frac{400\,x}{3}=26{,}5$ on multiplie les 2 membres par 3. D'où $660x + 400x = 79{,}5$ et $x = 0.075$
Vérification : 220 * 0.075 + (40*0.075/3)*10 = 16,5 + 10 = 26,5
Retour au problème : la vitesse du piéton était de 0,075 km/min soit 4,5 km/h, celle de la voiture 4,5*40/3 = 90 km/h. La distance parcourue à pied a été de 16,5 km, celle en voiture 10 km.

23. Dans la même veine que le n° 23. Soit x la vitesse initiale, en km/h, de la voiture.
On a donc :
Équation : $6x + 14(x + 18) = 2452$. Soit $6x + 14x + 252 = 2452$. D'où $20x = 2200$ et $x = 110$
Retour au problème : Les vitesses ont été de 110 puis 128 km/h et les distances parcourues 110*6 = 660 et 128 * 14 = 1792, soit 660 km puis 1792 km.

24. Le train aura roulé pendant 4 h 30, soit 4,5 h. Soit x la distance totale parcourue.
Équation : $\frac{\frac{3\,x}{5}}{84}+\frac{\frac{2\,x}{5}}{70}=4{,}5$ À ce stade, évitons les calculs, on écrit donc : $\frac{3\,x}{5\times 84}+\frac{2\,x}{5\times 70}=4{,}5$
Ne nous précipitons toujours pas dans les calculs, décomposons plutôt 84 et 70 :
$\frac{3\,x}{5\times 6\times 14}+\frac{2\,x}{5\times 5\times 14}=4{,}5$ Dénominateur commun 5 * 5* 6 * 14.= 2100.
Donc $\frac{15\,x}{5\times 5\times 6\times 14}+\frac{12\,x}{5\times 5\times 6\times 14}=4{,}5$ on multiplie les deux membres par 2100 :
$15\,x+12\,x=4{,}5\times 2100$ soit $27\,x=4{,}5\times 2100$ et $x=\frac{4{,}5\times 2100}{27}$
Bon, on pourrait prendre la calculette, mais pour quoi faire ? Simplification de fraction :
$x=\frac{4{,}5\times 2100}{27}=\frac{45\times 210}{27}=\frac{5\times 210}{3}=5\times 70=350$
Retour au problème : La distance de A à B est 350 km
Le train aura parcouru 350*3/5 soit 210 km à 84 km/h et le reste, soit 140 km, à 70 km/h.

25. Le bateau descend le courant de A à B puis le remonte de B à A. Soit x la vitesse propre en km/h du bateau.
Les 25,2 km du trajet se font donc à la vitesse de $x + 3$ (km/h) de A à B et à $x - 3$ (km/h) de B à A
Le trajet de A à B dure les ¾ de celui de B à A, donc la vitesse de B à A est les ¾ de celle de A à B.

Équation : $x-3=\frac{3}{4}\times(x+3)$ soit en multipliant les 2 membres par 4 :

$4(x-3)=3(x+3)$ Soit $4x - 12 = 3x + 9$ et $x = 21$

Retour au problème : la vitesse propre du bateau est 21 km/h.
Durée du trajet de A à B : 22,5/24 =0,9375, soit 0,9375 h ou encore 56,55 min = 56 min 15 s
Durée du trajet de A à B : 22,5/18 =1,25, soit 1,25 h ou encore 1 h 15 min
Écart : 1 h 15 min 00 s – 0 h 56 min 15 s = 18 min 45 si.

26. Puisque la vitesse du cycliste est 5 fois celle du piéton, dans le même temps, il parcourt 5 fois la distance du piéton.
Soit x la distance parcourue par le piéton, $5x$ est donc celle parcourue par le cycliste, et au moment de la jonction, ce dernier aura parcouru 36 km de plus. Donc
Vérification : $5x = x+36$ soit $x = 9$.
Retour au problème : le piéton aura parcouru 9 km et le cycliste 45 km.avait encore 10 km. d'avance sur le cycliste.
Lorsque le cycliste a encore 10 km de retard sur le piéton, d étant la distance parcourue par ce dernier, le cycliste a donc parcouru d + 36 – 10 = d + 26 km.
À cet instant, la vitesse du cycliste est toujours 5 fois celle du piéton et la distance parcourue également :
Équation : d+26 = 5d d'où d = 6,5
Retour au problème : le piéton a parcouru 6,5 km et se trouve à 36+6,5, soit 42,5 km de A. Le cycliste, ayant 10 km de retard, est lui à 32,5 km de A.