ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE **Session 2016**

CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT
D'INGÉNIEURS DU CONTRÔLE DE LA NAVIGATION AÉRIENNE

◆

Épreuve obligatoire de

MATHÉMATIQUES

Durée : 4 heures

Coefficient : 2

◆

Cette épreuve comporte :

1 page de garde
2 pages d'instructions recto/verso pour remplir le QCM *(à lire très attentivement)*
8 pages de texte recto/verso

**TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE EST INTERDIT
(EN PARTICULIER L'USAGE DE LA CALCULATRICE)**

ÉPREUVE OBLIGATOIRE DE MATHÉMATIQUES

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve obligatoire de mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé automatiquement par une machine à lecture optique.

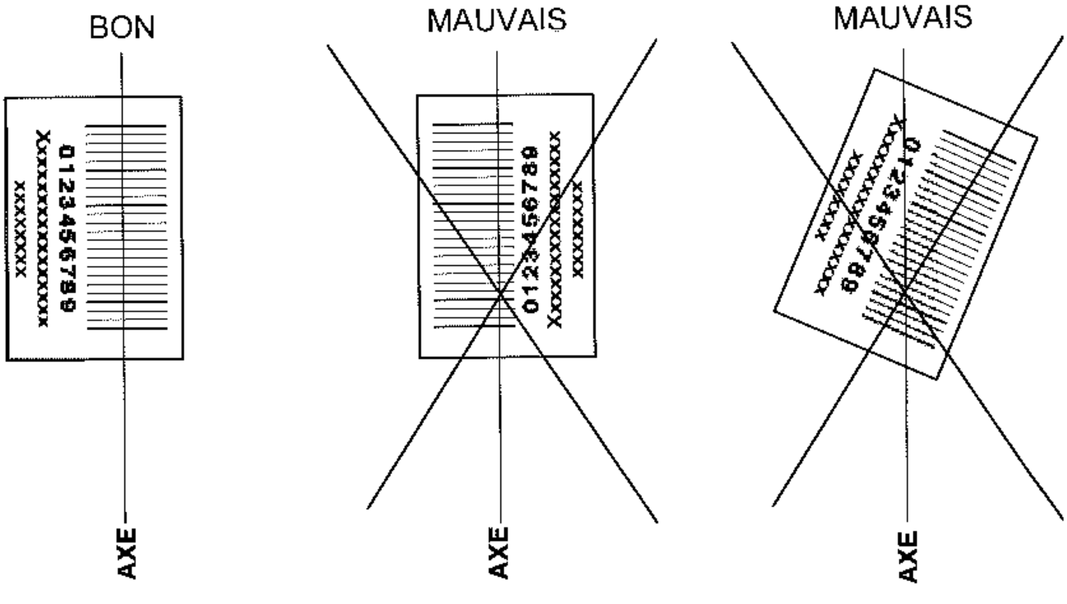
ATTENTION, IL NE VOUS EST DÉLIVRÉ QU'UN SEUL QCM

1) Vous devez coller dans la partie droite prévue à cet effet, **l'étiquette correspondant à l'épreuve que vous passez,** c'est-à-dire « épreuve obligatoire de mathématiques ».

POSITIONNEMENT DES ÉTIQUETTES

Pour permettre la lecture optique de l'étiquette, positionner celle-ci en **position verticale** avec les chiffres d'identification **à gauche** (le trait vertical devant traverser la totalité des barres de ce code).

<u>EXEMPLES</u> :



2) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un STYLO BILLE ou une POINTE FEUTRE de couleur **NOIRE**.

3) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillons qui vous sont fournies à la demande par la surveillante qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

4) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté par la machine et de ne pas être corrigé.

Chaque question comporte, au plus, deux réponses exactes

Tournez la page S.V.P.

5) A chaque question numérotée entre 1 et 40, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 41 à 100 seront neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.

Pour chaque ligne numérotée de 01 à 40, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

► soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
la ligne correspondante doit rester vierge.

► soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
vous devez noircir l'une des cases A, B, C, D.

► soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
vous devez noircir deux des cases A, B, C, D ***et deux seulement.***

► soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :

vous devez alors noircir la case E.

Attention, toute réponse fausse peut entraîner pour la question correspondante une pénalité dans la note.

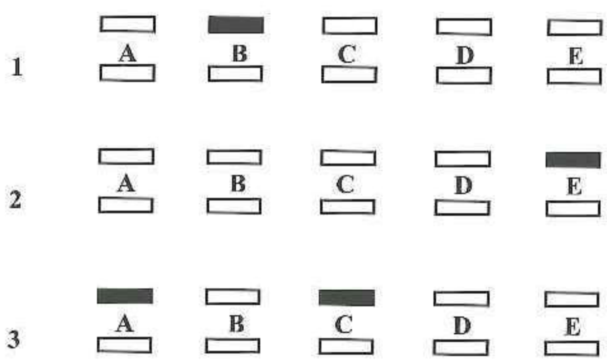
<u>EXEMPLES DE RÉPONSES</u> :

<u>Question 1</u> : $1^2 + 2^2$ vaut :
A) 3 B) 5 C) 4 D) -1

<u>Question 2</u> : le produit (-1) (-3) vaut :
A) -3 B) -1 C) 4 D) 0

<u>Question 3</u> : Une racine de l'équation $x^2 - 1 = 0$ est :
A) 1 B) 0 C) -1 D) 2

Vous marquerez sur la feuille réponse :



1 Partie 1.

Cet exercice a pour but d'étudier la convergence et quelques propriétés d'intégrales contenant des fonctions exponentielles.

Si $a_1, \ldots, a_n$ sont n réels, le produit $a_1 \times a_2 \times \ldots \times a_n$ se note : $\prod_{k=1}^{n} a_k$.

Si la limite $\lim_{n \to +\infty} \prod_{k=1}^{n} a_k$ existe, on la note : $\prod_{k=1}^{+\infty} a_k$.

On pourra utiliser les résultats suivants : $\dfrac{\sin(\pi x)}{\pi x} = \prod_{n=1}^{+\infty} (1 - \dfrac{x^2}{n^2})$ et $\int_0^{+\infty} e^{-u^2} du = \dfrac{\sqrt{\pi}}{2}$.

- **Question 1.**
  L'intégrale $\int_0^1 e^{-t} t^{\alpha-1} dt$ où $\alpha \in \mathbb{R}$
  A) converge car quel que soit α réel, la fonction $f : t \to e^{-t} t^{\alpha-1}$ est continue et positive sur $[0, 1]$.
  B) ne converge pas si $\alpha < 0$.
  C) ne converge que si $\alpha < 1$.
  D) converge car au voisinage de $t = 0$, $e^{-t} t^{\alpha-1}$ est équivalent à $\dfrac{t}{2}$.

Question 2.
L'intégrale $\int_1^{+\infty} e^{-t} t^{\alpha-1} dt$. où $\alpha \in \mathbb{R}$
A) converge car quel que soit α réel, la fonction $f : t \to e^{-t} t^{\alpha-1}$ est continue sur $[1, +\infty[$.
B) converge car $\lim_{t \to +\infty} t^2 e^{-t} t^{\alpha-1} = 1$.
C) converge car $\lim_{t \to +\infty} t^2 e^{-t} t^{\alpha-1} = 0$.
D) ne converge que si $\alpha > 0$.

- **Question 3.**
  L'intégrale $\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} e^{-t} t^{\alpha-1} dt$ converge :
  A) pour toute valeur de α.
  B) uniquement si $\alpha < 0$.
  C) uniquement si $\alpha < 1$.
  D)uniquement si $\alpha \in [0, 1]$.

- **Question 4.**
  On se place dans le cas où $\alpha > 0$ on a alors :
  A) $\alpha\Gamma(\alpha + 1) = \Gamma(\alpha)$.
  B) $\alpha\Gamma(\alpha + 1) = \Gamma(-\alpha)$.
  C) $\Gamma(\alpha + 1) = \alpha\Gamma(\alpha)$.
  D) $\Gamma(\alpha + 1) = (\alpha + 1)\Gamma(\alpha)$.

Question 5.
Si n est un entier positif non nul, on a :
A) $\Gamma(n + 1) = \dfrac{(-1)^n}{(n + 1)!}$ B) $\Gamma(n + 1) = \dfrac{1}{(n + 1)!}$
C) $\Gamma(n + 1) = (n + 1)!$ D) $\Gamma(n + 1) = n!$

Tournez la page S.V.P.

- **Question 6.**

Si n est un entier positif non nul, on a :

A) $\Gamma(n+\frac{1}{2}) = \frac{(2n)!\pi}{2^{2n}n!}$. B) $\Gamma(n+\frac{1}{2}) = \frac{(2n)!\sqrt{\pi}}{2^{2n}n!}$.

C) $\Gamma(n+\frac{1}{2}) = \frac{(2n)!n!}{2^{2n}\pi}$. D) $\Gamma(n+\frac{1}{2}) = \frac{(2n)!n!}{2^{2n}\sqrt{\pi}}$.

- **Question 7.**

On a :

A) $\lim\limits_{n\to+\infty}(1-\frac{t}{n})^n = 1$. B) $\lim\limits_{n\to+\infty}(1-\frac{t}{n})^n = +\infty$.

C) $\lim\limits_{n\to+\infty}(1-\frac{t}{n})^n = e^t$. D) $\lim\limits_{n\to+\infty}(1-\frac{t}{n})^n = e^{-t}$.

- **Question 8.**

On se place toujours dans le cas où $\alpha > 0$, on considère : $I(\alpha) = \int\limits_0^n (1-\frac{t}{n})^n t^{\alpha-1}dt$.

En effectuant le changement de variable $u = \frac{t}{n}$ et en calculant $I(\alpha)$ par intégration par parties successives, on peut en déduire :

A) $\Gamma(\alpha) = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n!}{(\alpha+1)(\alpha+2)...(\alpha+n)}n^\alpha$.

B) $\Gamma(\alpha) = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{(n-1)!}{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)...(\alpha+n-1)}n^\alpha$.

C) $\Gamma(\alpha) = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{(n+1)!}{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)...(\alpha+n+1)}n^\alpha$.

D) $\Gamma(\alpha) = \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{n!}{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)...(\alpha+n)}n^\alpha$.

- **Question 9.**

On introduit $G(\alpha) = \frac{1}{\alpha}\lim\limits_{m\to+\infty}(m^\alpha \prod\limits_{k=1}^{m} \frac{k}{k+\alpha})$ dont on admettra l'existence pour tout réel α différent d'un entier négatif ou nul.

On peut alors écrire pour tout réel α non entier négatif ou nul :

A) $\Gamma(\alpha) = G(\alpha)$. B) $\frac{\Gamma(\alpha)}{\alpha} = G(\alpha)$.

C) $\Gamma(\alpha) = \frac{G(\alpha)}{\alpha}$. D) $\Gamma(\alpha) = G(\alpha)$ seulement si $\alpha > 0$.

– **Question 10.**
En calculant le produit $G(\alpha)G(-\alpha)$, on obtient :

A) $G(\alpha)G(-\alpha) = -\pi\alpha\dfrac{1}{cos(\pi\alpha)}$ B) $G(\alpha)G(-\alpha) = -\pi\alpha^2(1 - sin(\pi\alpha))$.

C) $G(\alpha)G(-\alpha) = \dfrac{-\pi}{\alpha\sin(\pi\alpha)}$ D) $G(\alpha)G(-\alpha) = \dfrac{-\pi}{\alpha^2}(1 - \sin(\pi\alpha))$.

Question 11.
On suppose α strictement positif.On a alors :
A) $G(-\alpha)$ est définie quel que soit $\alpha > 0$.
B) $G(-\alpha)$ est définie quel que soit α entier naturel non nul.
C) $G(-\alpha)$ n'est définie que si α est différent de $p/2$, $p \in \mathbb{N}^*$.
D) $G(-\alpha)$ n'est définie que si α est différent de p, $p \in \mathbb{N}^*$.

– **Question 12.**
En calculant $G(-1,5)$ on obtient :
A) $G(-1,5) = \dfrac{4}{3}\sqrt{\pi}$ B) $G(-1,5) = \dfrac{3}{4}\sqrt{\pi}$.

C) $G(-1,5) = \dfrac{4}{3\sqrt{\pi}}$ D)$G(-1,5) = \dfrac{3}{4\sqrt{\pi}}$.

– **Question 13.**
En calculant $G(-\frac{1}{2})$ on obtient :
A) $G(-\dfrac{1}{2}) = -\sqrt{\pi}$ B) $G(-\dfrac{1}{2}) = -2\sqrt{\pi}$.

C) $G(-\dfrac{1}{2}) = -\dfrac{1}{2}\sqrt{\pi}$ D)$G(-\dfrac{1}{2}) = -2\pi$.

– **Question 14.**
On se place dans le cas où $\alpha = 0$ et on note quand elle existe, la fonction F définie par :
$F(x) = \int_x^{+\infty} e^{-t}t^{-1}dt$, x étant un réel tel que l'intégrale converge.
On a alors :
A) F est définie sur $\mathbb{R}$.
B) F n'est définie que sur $\mathbb{R}_+^*$.
C) F est définie sur $\mathbb{R}_+$, mais n'est de classe C^1 que sur $\mathbb{R}_+^*$.
D)F est de classe C^1 sur $\mathbb{R}_+^*$ et $F'(x) = -\dfrac{e^{-x}}{x}$ car $F(x) = \int_x^A e^{-t}t^{-1}dt + K_A$, avec $A > 0$ et K_A constante.

Tournez la page S.V.P.

2 Partie 2.

Soit $P(X)$ un polynôme à coefficients réels de degré $n \geq 2$ et α est un réel quelconque . On définit la fonction f_α.

$$\forall P(X) \in \mathbb{R}_n[X], f_\alpha(P(X)) = X(X-1)P''(X) + (1+\alpha X)P'(X)$$

- **Question 15.**
  L'ensemble $\mathbb{R}_n[X]$.
  A) est un sous espace vectoriel de dimension n de $\mathbb{R}[X]$.
  B) ne peut être un sous espace vectoriel.
  C) admet pour base la famille $\{X^k(X-1)^{n-k}, 0 \leq k \leq n\}$
  D) admet pour base la famille $\{(X-1)^k, 0 \leq k \leq n\}$

- **Question 16.**
  La fonction f_α.
  A) n'est pas linéaire.
  B) est linéaire mais ne peut être un endomorphisme de $\mathbb{R}_n[X]$.
  C) est une application linéaire de $\mathbb{R}_n[X]$ dans $\mathbb{R}[X]$.
  D) est un endomorphisme de $\mathbb{R}_n[X]$.
  Dans les questions 17 à 23, on se place dans le cas où $n = 3$.

- **Question 17.**
  M_α la matrice de l'endomorphisme f_α dans la base canonique .
  A) est une matrice triangulaire inférieure de $\mathcal{M}_4(\mathbb{R})$.
  B) est une matrice symétrique réelle.
  C) est nilpotente.
  D) est une matrice carrée de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

- **Question 18.**
  Cette matrice M_α si elle existe.
  A) s'écrit : $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 3(2+\alpha) \end{pmatrix}$ B) s'écrit : $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1+\alpha) & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 3(2+\alpha) \end{pmatrix}$

  C) vérifie $M_\alpha^2 = \alpha M_\alpha$ D) est de rang 3 pour tout réel α.

- **Question 19.**
  A) Pour tout réel α,les valeurs propres de l'endomorphisme f_α sont de multiplicité 1.

  B) Si $2(1+\alpha)$ est une valeur propre de f_α, alors il faut α nécessairement différent de-1 car une valeur propre est toujours non nulle.

  C)Pour tout réel α, les valeurs propres de l'endomorphisme f_α sont : α; $2(1+\alpha)$; $3(2+\alpha)$.

  D)Pour tout réel α, les valeurs propres de l'endomorphisme f_α sont : 0; α; $2(1+\alpha)$; $3(2+\alpha)$.

Question 20.

De manière générale, pour qu'un endomorphisme u d'un espace vectoriel E soit diagonalisable, il faut et il suffit que :
A) son polynôme caractéristique soit scindé et ait toutes ses racines simples.
B) Il existe une base de vecteurs propres.
C) les sous espaces propres de u soient tous de dimension 1.
D) la somme des dimensions des sous espaces propres de u soit égale à la dimension de E.

Question 21.
L'endomorphisme f_α .

A) n'est diagonalisable pour aucune valeur de α.
B) est diagonalisable pour tout α car les valeurs propres sont toutes de multiplicité 1.
C) est diagonalisable pour toute valeur de α car la matrice f_α est triangulaire .
D) est diagonalisable uniquement dans le cas où α est distinct de $0; -1; -2$ car un endomorphisme admettant 0 comme valeur propre n'est pas diagonalisable .

Question 22.
L'ensemble des valeurs de α pour lesquelles l'endomorphisme f_α admet au moins une valeur propre double est :
A) vide.
B) l'ensemble $\{0; -1; -2\}$ et 0 est la seule valeur propre double possible.
C)l'ensemble $\{0; -1; -2; -3; -4\}$.
D)l'ensemble $\{-3; -4\}$ puisqu'une valeur propre est nécessairement non nulle.

Question 23.
On considère N_α la matrice de f_α dans la base $\{1; 1+X; X^2+X^3; X^3\}$
A)M_α et N_α ont le même polynôme caractéristique
B) Il existe une matrice inversible Q telle que $N_\alpha = QM_\alpha Q^{-1}$

C)$N_\alpha = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\alpha - 1 & -3 \\ 0 & 0 & 3(2+\alpha) & 3(2+\alpha) \end{pmatrix}$

D)$M_\alpha = PN_\alpha P^{-1}$ avec $P = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Question 24.
De manière générale, pour u un endomorphisme réel d'un espace vectoriel de dimension finie E
A) u est toujours diagonalisable .
B) Si M et N sont deux matrices de u dans deux bases différentes alors M et N ont la même trace .
C) Si u est une projection alors u est diagonalisable.
D) Si u est une symétrie alors l'ensemble des valeurs propres de u est $\{1, -1\}$.

Dans les questions 25 à 27, on reprend le cas général, $n \geq 2$. •

– **Question 25.**

A) Les valeurs propres de f_α sont $\lambda_k = k(\alpha + k - 1)$, pour k compris entre 0 et n.
B) Les valeurs propres de f_α sont $\lambda_k = (k-1)(\alpha + k - 2)$, pour k compris entre 1 et n.
C) Pour que f_α admette une valeur propre au moins double, il faut que α soit entier compris entre $-2(n-1)$ *et* 0.
D) Il n'existe pas de réel α tel que f_α admette au moins une valeur propre double.

– **Question 26.**
On désigne par $Kerf_\alpha$ le noyau de f_α et par Imf_α l'image de f_α.
A) Si α n'est pas dans l'intervalle $[1-n;0]$ alors $dimKerf_\alpha = 1$ car 0 est valeur propre simple de f_α.
B) Si α est un entier de l'intervalle $[1-n;0]$ alors $dimKerf_\alpha = 2$ puisque 0 est valeur propre double de f_α et que la dimension d'un sous espace propre est toujours égale à l'ordre de multiplicité de la valeur propre (dans le polynôme caractéristique)à laquelle il est associé.
C) Si α est un entier de l'intervalle $[1-n;0]$ alors $dimImf_\alpha = n + 1 - dimKerf_\alpha = n - 1$
D) Si α n'est pas un entier de l'intervalle $[1-n;0]$ alors $Kerf_\alpha$ est l'ensemble des polynômes constants.

– **Question 27.**
Dans cette question , $\alpha = 0$.
A) La matrice M_0 est de rang au plus égal à $n-1$ car 0 est valeur propre double.
B) La matrice M_0 est de rang n car 0 est valeur propre double.
C) L'endomorphisme f_0 est diagonalisable.
D) L'endomorphisme f_0 n'est pas diagonalisable car $Kerf_0 = Vect\{X\}$.

– **Question 28.**
On se place dans cette question dans le cas où : $n = 3$ et $\alpha = -4$.
A) L'espace propre associé à la valeur propre -4 est $Vect\{1 - 4X\}$.
B) L'espace propre associé à la valeur propre -6 est $Vect\{X^2\}$.
C) L'endomorphisme f_{-4} n'est pas diagonalisable car le sous espace propre associé à la valeur propre double -4 est de dimension 1.
D) L'endomorphisme f_{-4} est diagonalisable.

3 Partie 3.

Soit n un entier naturel non nul et f une application continue de $\mathbb{R}^+$ dans $\mathbb{R}$.

On considère sur $\mathbb{R}^{+*}$: l'équation différentielle suivante :

$$(E_n) : \frac{x}{n}y' + y = f$$

et l'équation homogène :

$$(E_n^0) : \frac{x}{n}y' + y = 0$$

.

On définit sur $\mathbb{R}^{+*}$, l'application $F_n : x \to \frac{n}{x^n}\int_0^x t^{n-1}f(t)dt$.

Question 29.
A) Dans le cas où f n'est pas la fonction nulle, quel que soit n un entier naturel non nul ,l'ensemble des solutions de (E_n) sur $\mathbb{R}^{+*}$ est un espace vectoriel de dimension 1.
B) Aucune fonction solution de (E_n^0) n'est de classe C^1 sur $\mathbb{R}^{+*}$.
C) Toute fonction solution de (E_n^0) est de classe C^∞ sur $\mathbb{R}^{+*}$.
D) Quel que soit n, il n'existe pas de polynôme non nul solution de (E_n^0).

Question 30.
A) L'ensemble des solutions sur $\mathbb{R}^{+*}$ de (E_n^0) est un espace vectoriel de dimension 1.
B) Il existe n entier tel que l'application $g : x \to e^{-x^2}$ soit solution de (E_n^0) .
C) Il n'existe pas n entier tel que l'application $h : x \to x^{-8}$ soit solution de (E_n^0) .
D) Si f est de classe C^∞ sur $\mathbb{R}$ alors toute solution de (E_n) est de classe C^∞ sur $\mathbb{R}^{+*}$.

Question 31.
A) F_n est continue sur $\mathbb{R}^{+*}$ et se prolonge par continuité sur $\mathbb{R}^+$ en posant $F_n(0) = f(0)$.
B) Si f est définie par $f(x) = x$ alors F_n n'admet pas de limite en 0^+ .
C) Si f est définie par $f(x) = x$, alors F_n admet pour dérivée à droite en 0 : $\frac{n+1}{n}$.
D) Si f est bornée alors F_n l'est aussi.
Dans la suite,on note :
$\mathcal{F}$ l'ensemble des applications de $\mathbb{R}^+$ dans $\mathbb{R}$.
$\mathcal{C}$ l'ensemble des applications continues de $\mathbb{R}^+$ dans $\mathbb{R}$.
$\mathcal{D}$ l'ensemble des applications de classe C^1 de $\mathbb{R}^+$ dans $\mathbb{R}$.
Question 32.
On considère l'application T_n de $\mathcal{C}$ dans $\mathcal{F}$, qui à toute application f de $\mathcal{C}$ associe $\tilde{F}_n$, la fonction définie par : $\tilde{F}_n(0) = f(0)$ et si x est non nul positif alors : $\tilde{F}_n(x) = F_n(x)$.
A) T_n est linéaire.
B) T_n est un endomorphisme de $\mathcal{C}$.
C) Si f est un polynôme de degré k alors $T_n(f)$ est un polynôme de degré $k+1$.
D) Si f est croissante alors $T_n(f)$ est décroissante.

- **Question 33.**
On considère l'application T_n de $\mathcal{C}$ dans $\mathcal{F}$, qui à toute application f de $\mathcal{C}$ associe $\tilde{F}_n$, la fonction définie par : si x est non nul positif,$\tilde{F}_n(x) = F_n(x)$ et $\tilde{F}_n(0) = f(0)$.

A) Si f tend vers 0 en $+\infty$ alors $\tilde{F}_n$ est bornée au voisinage de $+\infty$.
B) Si f tend vers 0 en $+\infty$ alors $\tilde{F}_n$ ne tend pas vers 0 en $+\infty$.
C) Si f tend vers une limite finie a en $+\infty$ alors $\tilde{F}_n$ tend vers a en $+\infty$.
D) Si f tend vers $+\infty$ en $+\infty$ alors $\tilde{F}_n$ tend vers 0 en $+\infty$.

- **Question 34.**
Pour cette question, on suppose que f est définie ainsi :

$$\begin{cases} f(x) = 3x^2 - 2x^3 \; si \; x \in [0;1] \\ f(x) = 1 \; si \; x > 1 \end{cases}$$

A) f n'est pas dérivable en 0.
B)f est dérivable en 1 .
C)

$$\begin{cases} \tilde{F}_n(x) = 3\dfrac{n}{n+2}x^2 - 2\dfrac{n}{n+3}x^3 \; si \; x \in [0;1] \\ \tilde{F}_n(x) = -1 + 3\dfrac{n}{n+2} - 2\dfrac{n}{n+3} + \dfrac{1}{x^n} \; si \; x > 1 \end{cases}$$

D) Pour tout x fixé dans $\mathbb{R}^+$, la suite $(\tilde{F}_n(x))$ converge vers $f(x)$.

- **Question 35.**
A) L'application $h : x \to |x - 1|$ admet un antécédent par T_n.
B) T_n est surjective.
C) $T_n(f)$ est solution de (E_n).
D) T_n est injective car elle est surjective.

- **Question 36.**
On choisit pour cette question : $n = 1$.
A) L'ensemble des solutions de (E_1) est : $x \to \dfrac{K}{x} + \dfrac{1}{x}\int_0^x f(t)dt$ avec $K \in \mathbb{R}$.
B) Toute solution de (E_1) est continue sur $\mathbb{R}^{+*}$
et se prolonge par continuité en 0.
C) Toute solution de (E_1) a une limite infinie en 0.
D) Il n'existe pas de solution de (E_1) qui se prolonge en une fonction continue sur $\mathbb{R}^+$.

- **Question 37.**
On choisit pour cette question $n = 2$ et $f : x \to e^{-x}$.
A) L'ensemble des solutions de (E_2) est : $x \to \dfrac{K + (x-1)e^{-x}}{x}$ avec $K \in \mathbb{R}$.
B) Il n' existe pas de solution de (E_2) continue sur $\mathbb{R}^+$.
C) Il existe une solution de (E_2) ayant une limite finie en $+\infty$.
D) Toute solution de (E_2) admet 0 comme limite en $+\infty$

– **Question 38.**
Dans cette question, f appartient à $\mathcal{D}$.
Pour n entier naturel non nul,on considère sur $\mathbb{R}^+$ l'équation $(E_n^{'})$: $\frac{n+1}{n}y^{'} + \frac{x}{n}y^{''} = f^{'}$ et l'équation $(E_n^{'0})$: $\frac{n+1}{n}y^{'} + \frac{x}{n}y^{''} = 0$
A) Toute solution de $(E_n^{'})$ est solution de (E_n).
B) Toute solution de (E_n) est solution de $(E_n^{'})$.
C) $T_n(f)$ est solution de $(E_n^{'})$.
D) On peut utiliser la méthode de l'équation caractéristique d'une équation différentielle linéaire d'ordre 2 sans second membre pour trouver les solutions de $(E_n^{'0})$.

– **Question 39.**
Dans les questions suivantes, on choisit $n = 1$ et $f : x \to e^{-x^2}$.
A) Il existe une solution de $(E_1^{'})$ développable en série entière au voisinage de 0.
B) $\tilde{F}_1$ est solution de $(E_1^{'})$.
C) Toute combinaison linéaire de deux solutions de $(E_1^{'})$ est une solution de $(E_1^{'0})$.
D) L'ensemble des solutions de $(E_1^{'0})$est un espace vectoriel de dimension 1.

– **Question 40.**
S'il existe une solution de $(E_1^{'})$ développable en série entière au voisinage de 0, de rayon de convergence $R > 0$, on note cette solution : $\sum_{m=0}^{+\infty} a_m x^m$.
A) Quel que soit l'entier impair m, $a_m = 0$
B) Cette série entière solution a un rayon de convergence infini.
C) Quel que soit l'entier pair m, $a_m = \frac{2(-1)^{m+1}}{m(m+1)!}$
D) L'ensemble des solutions de $(E_1^{'0})$ développables en série entière au voisinage de 0 est un espace vectoriel de dimension 2.

IMPRIMERIE NATIONALE – D'après documents fournis