COMMENTAIRES

• Commentaires généraux

Malheureusement, et même si nous avons constaté globalement un progrès dans les copies, il me faut reprendre les remarques générales faites l'an dernier sur les copies :
- Les correcteurs ont signalé à plusieurs reprises un nombre important de copies mal ordonnées, mal présentées (la rédaction de la copie ne doit pas occasionner un jeu de piste pour l'examinateur) : **les étudiants doivent s'appliquer à présenter une copie claire et propre**.
Notons que nous avons rencontré cette année des copies quasiment illisibles et donc lourdement pénalisées.
Rappelons que l'orthographe fantaisiste donne une très mauvaise impression à la lecture de la copie.
- Il semble judicieux d'éviter d'utiliser des expressions telles que « il est trivial que », « par une récurrence immédiate », etc... : rappelons que toute proposition énoncée dans une copie se doit d'être démontrée.
- Il ne suffit pas d'écrire « je peux utiliser le théorème car ses hypothèses sont vérifiées »... , il faut les vérifier !
- Les liens entre les différentes relations équations ou inéquations sont rarement indiqués ou alors très improprement. Le symbole $\Longleftrightarrow$ n'est pas souvent utilisé à bon escient.
- Enfin, un exemple ne permet pas de démontrer un résultat général.

Les quatre exercices constituant le sujet permettaient de parcourir les parties les plus classiques du programme de deuxième année de classe préparatoire PC.
Un trop grand nombre d'étudiants ne maîtrisent pas les notions de base d'algèbre linéaire, même de première année, ainsi que les théorèmes principaux d'analyse du programme de deuxième année de PC et espèrent cependant venir à bout des questions posées en utilisant des recettes toutes faites bien souvent mal comprises.
Nous constatons aussi une grande maladresse dans les calculs (parfois très simples) qui sont trop rapidement abandonnés.
Un nombre inquiétant d'étudiants a du mal à développer $(a+b)^2$ ou $(a-b)^2$.
Enfin, notons une nouvelle fois que les examinateurs ne goûtent guère des arguments inventés ou fallacieux pour arriver à toute force au résultat annoncé dans l'énoncé.

<u>**Conclusion**</u> : Nous demandons dans la rédaction des exercices constituant du sujet de la rigueur et une justification des résultats proposés en utilisant le cours : ainsi, nous encourageons les candidats à rédiger le plus proprement, correctement et rigoureusement possible leurs copies sans forcément chercher à tout traiter de façon superficielle.

Nous rappelons qu'il vaut mieux admettre le résultat d'une question clairement et continuer à traiter le reste de l'exercice plutôt que de donner des arguments faux qui indisposent nécessairement le correcteur.

Nous proposons chaque année dans ce rapport une correction détaillée du sujet et invitons vive-

ment les candidats à l'étudier attentivement.

• Commentaires exercice par exercice

Dans cette partie du rapport, nous avons voulu insister sur les points les plus négatifs rencontrés lors de la correction des copies, ceci afin d'aider les étudiants à ne pas faire ce genre d'erreurs, parfois grossières et souvent faciles à éviter.

Exercice 1

- Les étudiants confondent probabilités composées , définition de la probabilité conditionnelle et probabilités totales.
- Il y a parfois confusion entre évènement et probabilité de cet évènement : $\mathbb{P}(X = 1) = p_1 \times \overline{p_2}$ ou intersection de probabilités, ...
- Rappelons que l'ensemble des valeurs prises par la variable aléatoire X se note $X(\Omega)$ et non $\Omega(X)$.
- Le fait qu'un évènement soit un ensemble semble inconnu par un grand nombre de candidats.
- Nombres de candidats ne sont pas choqués de trouver $\mathbb{P}(X = 1) = 1$ et se livrent à d'invraisemblables pirouettes pour ne pas remettre en question ce résultat : par exemple, « $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + ... + \frac{1}{n} = 1^n$ » !
- L'hypothèse $\mathbb{P}(A_1 \cap ... \cap A_{n-1}) \neq 0$ n'apparaît que très rarement.
- Il est étonnant de constater que certains étudiants sont incapables d'écrire le développement en série entière autour de 0 de la fonction exponentielle ou de donner un domaine de convergence juste. On a parfois trouvé des développements limités où $e^x = \lim_{x \to 0} \sum \frac{1}{x}$.

Exercice 2

Notons quelques erreurs parmi les plus courantes :

1.
- Une suite décroissante et minorée par 0 ne converge pas forcément vers 0.
- Pour pouvoir appliquer le Critère spécial des séries alternées, encore faut-il avoir démontré qu'il s'agit d'une série alternée.

Il n'y a pas d'hypothèse de convergence absolue dans ce critère.
- Comme $\lim_{n \to +\infty} |u_n| = 0$, alors la série $\sum_{n \geqslant 0} u_n$ converge.
- La décroissance de la fonction cos (où ?) ne justifie pas la décroissante de la suite $(|u_n|)_{n \in \mathbb{N}}$.
- Le fait que $|u_0| \geqslant |u_1|$ ne permet pas non plus de conclure à la décroissance de la suite $(|u_n|)_{n \in \mathbb{N}}$.
- Rappelons que la formule : $\int \cos^n(x)\, dx = \frac{1}{n+1} \sin^{n+1}(x)$ est fausse.
- Enfin pour ceux qui ont tenté d'utiliser la règle de d'Alembert, le quotient d'intégrales n'est pas égal à l'intégrale du quotient.

2.
- Formules d'Euler mal connues : $\cos(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2}$ etc...

- Plusieurs candidats concluent à la question **2.2.** à une erreur d'énoncé puisque l'on n'a pas défini I.
- On rencontre encore dans un raisonnement par récurrence comme hypothèse de récurrence : « supposons que la propriété $\mathcal{P}_n$ soit vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$ ».
- Beaucoup trop de candidats déclarent que les séries $\sum_{n\geqslant 1} \frac{1}{n}$ et $\sum_{n\geqslant 1} 1^n$ sont convergentes. On a même vu que $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n} = 1$!

Exercice 3

Globalement, l'exercice n'est pas bien traité et cela nous interroge sur les connaissances des étudiants en algèbre linéaire.
Quelques erreurs, les plus courantes.
- Apparition de vecteurs dans les matrices F et G.
- La notion de « stabilité d'un sous-espace vectoriel par un endomorphisme » se confond avec celle de « stabilité d'un sous-espace vectoriel par combinaisons linéaires ».
- Des étudiants tentent de prouver que deux sous-espaces vectoriels sont orthogonaux en effectuant le produit scalaire de ces sous-espaces.
- Certains candidats pensent que la matrice I_n est la matrice dont tous les éléments sont égaux à 1.
- Le lien entre la trace et les valeurs propres distinctes d'une matrice diagonalisable ne fait pas intervenir l'ordre de multiplicité des valeurs propres sur beaucoup de copies.
- Pour montrer que le rang de la matrice G vaut 2, l'argument $C_2 = C_3 = \ldots = C_n$ et $C_1 \neq C_2$ ne suffit pas.
- Un nombre inquiétant de candidats ne sait pas effectuer correctement un produit matriciel.

Exercice 4

Ici encore, notons les erreurs les plus fréquemment rencontrées :
- Beaucoup d'étudiants tentent de dériver la fonction $t \mapsto |\sin(t)| - t$.
- La dérivation d'une fonction composée n'est pas maîtrisée chez trop de candidats.
- Les étudiants manipulent les équivalents comme des développements limités.
- On a rencontré une grande confusion entre les termes « intégrable » et « possède une primitive ».
- Noter que l'existence des Théorèmes d'interversion est globalement connue. Leur restitution est souvent maladroite, ceci dû à de gros problèmes de rédaction.
- Rappelons que l'assertion : « f intégrable »n'a aucun sens si l'on ne précise pas sur quel intervalle cette propriété est vraie.
- Trop d'étudiants ont trouvé que la dérivée de la fonction f était $\left(\frac{\sin(t)}{t}\right)^2 \mathrm{e}^{-xt}$ en se contentant de supprimer le symbole $\int$ de la définition de la fonction f.
- Enfin, prolonger une fonction en un point ne rend pas forcément cette fonction continue en ce point.

FIN