

## Rapport sur l'épreuve de Mathématiques 1 PC

---

### Présentation du sujet

L'épreuve consiste en trois exercices indépendants sur des thématiques différentes du programme (algèbre, analyse, probabilités). Le premier exercice est un exercice de réduction, il étudie le spectre de certaines matrices construites par blocs en partant de cas particuliers. Le deuxième exercice étudie les relations entre différentes séries entières dont les coefficients sont en relation avec la suite harmonique (en particulier la fonction dilogarithme). Le troisième est un exercice qui étudie les moments et la corrélation entre le maximum et le minimum de tirages uniformes indépendants dans un ensemble fini.

### Commentaire général de l'épreuve et Analyse générale

Les sujets de chacun des exercices sont conçus pour être progressifs, avec des questions élémentaires, et de vérification des connaissances (concepts et théorèmes du programme), puis des questions plus difficiles. Il n'est pas attendu des candidats qu'ils traitent l'intégralité de chaque exercice et aucun ne l'a fait. Ce sont les calculs élémentaires bien menés, les questions de cours classiques, la logique de l'argumentation qui trient les copies, plus que les questions techniques abordées seulement dans quelques très bonnes copies. Des notes très correctes peuvent être obtenues en traitant correctement et précisément les questions élémentaires. Les correcteurs ont apprécié le soin apporté à l'écriture et à la présentation dans la plupart des copies, mais il reste néanmoins quelques copies particulièrement difficiles à déchiffrer.

### Analyse des résultats par exercices

- Le premier exercice a été correctement abordé dans la majorité des copies. L'énoncé du théorème spectral a posé de nombreuses difficultés, l'énoncé étant souvent incomplet (oubli de la base orthonormée par exemple). Les questions 4, 5 et 6 sont souvent plutôt bien traitées, mais les candidats ne voient pas le lien entre la question 4 et la question 5, et font le calcul du polynôme caractéristique. Les calculs de déterminant par bloc montrent des confusions entre objets de natures très différentes. La fin de l'exercice 1 est rarement traitée de façon significative.
- Dans le second exercice, peu de candidats ont fait le lien entre la question 1 et la question 2. Ceux qui ont démontré la divergence de la suite  $(h_n)_n$  ont souvent utilisé une comparaison avec une intégrale. Les questions sur les rayons de convergence de séries entières et

développements en séries entières sont bien réussies dans une majorité de copies. En revanche, la convergence des intégrales proposées a posé plus de problèmes. Les questions 10b et 10c sont rarement traitées avec la précision nécessaire (passages à la limite non justifiés le plus souvent.)

- L'exercice 3 est peu réussi. Seules les questions 3,4,5 et 7a, 7b ont été abordées par une part significative de candidats. L'espérance et surtout la variance de la loi uniforme ne sont pas bien connues. L'indépendance de variables aléatoires est un argument qui peine à être cité. On lit des confusions entre les variables et leurs lois de probabilités. Les questions d'informatique sont plutôt très bien traitées, à part des erreurs dans les indexations de listes.

### **Conseil aux futurs candidats**

- Nous conseillons aux futurs candidats de bien connaître leurs cours, de le citer précisément lorsqu'on l'utilise et d'en vérifier soigneusement les hypothèses.
- Des petits calculs, des études de cas particuliers sont proposés pour s'approprier l'exercice. Ils méritent attention et doivent être traités avec soin.
- Soignez globalement votre travail : présentation, argumentation, code.