

1) PRESENTATION DU SUJET

Le sujet comportait 4 exercices indépendants, chacun sur un thème différent (analyse, algèbre, probabilités, algorithmique et programmation).

Chaque exercice se composait de plusieurs questions de difficulté graduée et plus ou moins indépendantes. Les programmes des deux années étaient concernés.

Les thèmes abordés sont pour la plupart classiques, comme la fonction ζ , les matrices de rang 1, les queues de lois de probabilités ou les nombres premiers.

Les questions font appel aux connaissances de base du calcul de seconde année, tant en analyse, qu'en calcul matriciel ou dans le dénombrement, ainsi qu'à la maîtrise de quelques algorithmes simples utilisant des tests, des compteurs ou des boucles conditionnelles.

De nombreuses questions portent sur le cours ou sur des conséquences immédiates du cours, quelques unes font appel à une maîtrise plus approfondie comme la continuité ou la classe \mathcal{C}^∞ d'une somme de série de fonctions.

2) COMMENTAIRE GENERAL DE L'ÉPREUVE

L'épreuve a été traitée par 2662 candidats. Les notes obtenues vont de 0 à 20, avec une moyenne de 9,72/20 et un écart-type de 4,49.

Le sujet regroupait un nombre important de questions sur des thèmes très variés et de difficulté très hétérogène. Les candidats ont pu aisément occuper leur 4 heures en se consacrant à leurs thèmes de prédilection.

Au demeurant, la plupart des candidats aborde tous les exercices, en général de façon substantielle.

L'équipe de correction a constaté dans l'ensemble que les copies sont bien présentées, rédigées et que le travail effectué a été soigné. Ce soin a été récompensé, et dans les rares cas de copies de mauvaise facture, les candidats ont été sanctionnés.

3) ANALYSE DES RESULTATS PAR EXERCICE

• Exercice 1

Il s'agissait de l'étude approfondie de la fonction ζ .
L'ensemble de définition ne pose que rarement problème.

La continuité nécessitait de connaître et appliquer correctement le théorème relatif aux séries de fonctions. Sur ce point on note d'importants écarts entre les copies. Dans l'ensemble cette question a été bien traitée, mais par une minorité de candidats.

Même remarque pour la classe \mathcal{C}^∞ , où les dérivées successives ne posent pas problème, mais le théorème est souvent mal compris ou mal rédigé.

Si la limite de la question 5 a été mieux réussie, on regrette l'absence trop fréquente de courbes à la question 7; même approximatives, les courbes rapportent des points non négligeables.

La question 8 a été moins traitée que les autres, mais souvent avec succès, à l'exception du ii) où là encore la continuité pose problème.

- Exercice2

Il s'agissait là d'étudier, d'abord sur un exemple, puis de façon générale la diagonalisabilité des matrices de rang 1.

La question 1 a rapporté beaucoup de points à la plupart des candidats, récompensant ceux qui ont travaillé les techniques classiques sur ce thème.

La question 2a fut plus délicate en particulier à cause de la démonstration d'existence. Cependant, la suite a été plutôt réussie.

La question 3 a été moins traitée et sa première sous-question a entraîné des confusions entre f non nulle et $f(x)$ non nul pour un x donné.

- Exercice3

L'exercice 3 était dans le thème des probabilités mais en pratique axé sur le calcul et le dénombrement.

La première question a posé problème par l'utilisation de l'inégalité de Markov, mais aussi par une rédaction souvent hasardeuse sur les critères de convergences de séries à termes positifs.

Les questions suivantes ont moins inspiré les candidats peut-être soucieux d'aborder vite le dernier exercice, ou rebutés par les techniques calculatoires.

Nous avons remarqué cependant que nombre de bons candidats ont largement traité cet exercice avec souvent un réel succès.

- Exercice4

C'est l'exercice qui a le mieux réussi aux candidats.

Les questions ont en général été bien traitées, tant sur le principe des algorithmes que sur la correction de la syntaxe du code python.

Le point qui paradoxalement pose souvent problème reste la question 4a qui est pourtant un simple rappel de cours sur une notion très classique en analyse.

4) CONSEILS AUX FUTURS CANDIDATS

Comme souvent dans les rapports de jury de l'écrit, il convient de rappeler aux futurs candidats que les épreuves sont calibrées de manière à ce qu'un candidat de niveau correct et ayant travaillé sérieusement toute l'année ait une note au dessus de 10/20. A ce titre nous rappelons :

- Qu'il est indispensable de connaître parfaitement les théorèmes et définitions des programmes de première et deuxième année.
- Qu'un théorème s'utilise en rappelant son énoncé et ses hypothèses et en l'appelant par son nom s'il en a un.
- Que les questions nécessitant de longs calculs rapportent des points en conséquence et qu'il ne faut pas les négliger.
- Que dans tous les exercices il y a des points à prendre et qu'on peut tenter de traiter des questions dans toutes les parties.
- Qu'aucune partie du programme ne doit être négligée.
- Que la qualité de la rédaction et de l'argumentation mathématique est un élément fondamental pris en compte lors de l'évaluation.